

## **RISQUE DE MODELE ET DETERMINATION DU CAPITAL ECONOMIQUE DANS LE PROJET SOLVABILITE 2**

**Frédéric PLANCHET\***

**Pierre-E. THEROND<sup>α</sup>**

**ISFA – Laboratoire SAF**

**Université Claude Bernard Lyon 1<sup>β</sup>**

### **RESUME**

Le présent article s'intéresse à la robustesse du capital de solvabilité (SCR) lorsqu'un modèle de référence log-normal est perturbé légèrement par l'alourdissement de sa queue de distribution. On montre que l'on peut construire situations avec des données « presque » log-normales et une variation pourtant importante entre le SCR « perturbé » et le SCR de référence. On s'intéresse également aux conséquences des erreurs d'estimation sur le niveau du SCR.

**MOTS-CLEFS** : Solvabilité, valeurs extrêmes.

### **ABSTRACT**

This article is interested in the robustness of the capital of solvency (SCR) when a lognormal reference model is slightly disturbed by the heaviness of its tail of distribution. It is shown that one can build situations with “almost” lognormal data and a variation however important between the “disturbed” SCR and the SCR in the lognormal model. One is also interested in the consequences of the estimation errors on the level of the SCR.

**KEYWORDS** : Solvency, extreme values.

---

\* Frédéric Planchet est professeur de Finance et d'Assurance à l'ISFA (Université Claude Bernard Lyon 1 – France) et actuaire associé chez Prim'Act. Contact : fred@planchet.net

<sup>α</sup> Pierre Théron est enseignant associé à l'ISFA et actuaire chez Galéa & Associés. Contact : ptherond@galea-associes.eu

<sup>β</sup> Institut de Science Financière et d'Assurances (ISFA) - 50 avenue Tony Garnier - 69366 Lyon Cedex 07.

## SOMMAIRE

1. Introduction .....	3
2. Description du modèle .....	4
2.1. Présentation .....	4
2.2. Cas particulier de la loi log-normale .....	6
2.2.1. Calcul du SCR.....	6
2.3. Estimation des paramètres du modèle .....	7
2.4. Conséquence sur le niveau du capital de l'estimation des paramètres.....	9
2.4.1. Cas du modèle log-normal .....	10
2.4.2. Cas du modèle mélangé.....	10
2.5. Application numérique .....	11
2.5.1. Simulation de la loi mélangée .....	11
2.5.2. Résultats .....	11
2.5.3. Identification des valeurs extrêmes .....	13
2.5.4. Ajustement du modèle mélangé .....	14
3. Conclusion.....	16

## 1. INTRODUCTION

Le projet Solvabilité 2 (cf. COMMISSION EUROPEENNE [2003], [2004] et AAI [2004]) en cours d'élaboration modifie profondément les règles de fixation du niveau des fonds propres en assurance en introduisant comme critère explicite le contrôle du risque global supporté par la société, risque qui devra être quantifié au travers de la probabilité de ruine à horizon un an.

Cette exigence de capital de solvabilité (*Solvency Capital Requirement* ou SCR) pourra être obtenue par une formule standard commune à tous les assureurs et construite selon une approche modulaire<sup>1</sup> des risques ou via un modèle interne, plus adapté au risque réellement supporté par l'assureur. Dans les deux situations, l'objectif reste le même : déterminer le niveau de ressources dont doit disposer aujourd'hui l'assureur pour ne pas être en ruine dans un an dans un cas sur 200.

Le niveau retenu de 99,5 %, implique la nécessité d'estimer convenablement un quantile d'ordre élevé de la distribution d'intérêt (en pratique ici celle du surplus, ou marge actif-passif). Cette question est largement développée dans la littérature financière, confrontée à ces questions depuis les accords de Bâle 2 dans le milieu bancaire. On peut par exemple citer ROBERT [1998] ou encore GAUTHIER et PISTRE [2000].

Dans ce contexte nouveau en assurance, les modélisations classiques tant de l'actif que du passif, qui portent une attention limitée à la modélisation de la queue de distribution peuvent s'avérer pénalisante car elles conduisent à une trop faible représentation des valeurs extrêmes. Ce point est par exemple illustré pour les modélisations de l'actif dans BALLOTTA [2004] pour le cas des options cachées d'un contrat d'épargne, et dans PLANCHET et THEROND [2005] dans le cadre d'un modèle mono périodique simplifié en assurance non-vie pour la détermination du capital cible et de l'allocation d'actifs. THEROND et PLANCHET [2007] attirent aussi l'attention sur l'importance des extrêmes dans la détermination du capital de solvabilité (SCR).

---

<sup>1</sup>. L'étude d'impact quantitatif QIS 3 menée par le CEIOPS (<http://www.ceiops.org>) donne une bonne idée de ce que sera la formule standard lorsque les directives Solvabilité 2 auront été adaptées.

Dans le présent article, nous développons ce point de vue en perturbant un modèle de référence simple en alourdissant sa queue de distribution ; on montre qu'il est possible d'obtenir ainsi des situations dans lesquels le modèle de base sous-estime de manière significative le capital de solvabilité, tout en étant difficilement discernable statistiquement du modèle perturbé si une attention particulière n'est pas portée aux valeurs extrêmes.

Nous proposons une approche empirique pour décider si des modélisation de type « valeurs extrêmes » doivent être mises en œuvre sur la base d'un échantillon observé.

## 2. DESCRIPTION DU MODELE

### 2.1. PRESENTATION

On considère une distribution de probabilité décrite par sa fonction de survie  $S_0$  ; plus précisément on suppose que la variable positive  $X$  est définie par la fonction de survie suivante :

$$S_X(x) = \begin{cases} S_0(x) & x \leq m \\ \left(\frac{x}{m}\right)^{-\alpha} S_0(m) & x > m \end{cases}$$

En d'autres termes,  $X$  est distribuée selon la loi  $S_0$  jusqu'au seuil  $m$ , et ensuite selon une loi de Pareto de paramètre  $(m, \alpha)$ . En particulier  $P(X > m) = S_X(m) = S_0(m)$ . Nous ne reviendrons pas ici sur les motivations qui conduisent à retenir la loi de Pareto, nous bornant à renvoyer le lecteur à EMBRECHTS et al. [1997] pour les aspects théoriques de la question et ZAJDENWEBER [2000] pour un éclairage pratique.

On vérifie que l'égalité ci-dessus définit bien une fonction décroissante, continue si  $S_0$  est continue, telle que  $S_X(0) = 1$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_X(x) = 0$ .  $S_X$  définit donc bien une fonction de survie.

L'existence des moments de  $S_X$  est conditionnée par l'existence des moments du même ordre pour la loi de Pareto de paramètre  $(m, \alpha)$ . Le moment d'ordre  $k$  n'existe donc que pour  $k < \alpha$ .

Dans le contexte de la présente étude on choisira le seuil  $m$  de sorte qu'il corresponde à un quantile élevé de la distribution  $S_0$ , par exemple tel que  $S_0(m) = 1,5\%$ . Le modèle « mélangé » ainsi défini se comporte donc « presque » comme le modèle de base associé à  $S_0$  (pour la part  $1 - S_0(m)$  des observations), mais diffère au-delà de ce seuil. On déduit de la définition de  $S_X$  que :

$$P(X > x | X > m) = \frac{P(X > x)}{P(X > m)} = \frac{S_X(x)}{S_X(m)} = \left(\frac{x}{m}\right)^{-\alpha},$$

ce qui signifie que la loi de  $X$  conditionnellement au fait que le seuil  $m$  est dépassé est une loi de Pareto  $(m, \alpha)$ . Symétriquement on trouve que :

$$P(X > x | X \leq m) = \frac{P(x < X \leq m)}{P(X \leq m)} = \frac{S_X(x) - S_X(m)}{1 - S_X(m)} = \frac{S_0(x) - S_0(m)}{1 - S_0(m)}.$$

La fonction quantile de  $X$  pour des valeurs de  $p$  inférieures à  $1 - S_0(m)$  est donnée simplement par :

$$x_p = m \times \left(\frac{1-p}{S_0(m)}\right)^{-1/\alpha}.$$

Cette expression se déduit simplement de l'égalité  $1 - p = \left(\frac{x}{m}\right)^{-\alpha} S_0(m)$  valable pour  $x > m$ .

Logiquement on a  $x_{1-S_0(m)} = m$ .

On souhaite comparer le cas où le risque  $X$  est distribué simplement comme  $S_0$  et le cas où la queue de distribution est alourdie comme ci-dessus (« distribution mélangée »). Plus précisément on souhaite comparer les fonctions quantile dans les 2 situations, pour des quantiles d'ordre élevé. D'un point de vue pratique, on veut donc comparer le montant du capital de solvabilité dans les 2 situations.

Dans le cas où  $X$  est distribué selon  $S_0$  la fonction quantile est par définition  $x_p = S_0^{-1}(1-p)$ .

Dans ce cas encore on a bien entendu  $x_{1-S_0(m)} = m$ .

Dans la suite de ce papier, on considère que la distribution de référence est log-normale, à la fois du fait de sa simplicité d'utilisation et du fait de sa très grande utilisation dans les problèmes d'assurance.

## 2.2. CAS PARTICULIER DE LA LOI LOG-NORMALE

### 2.2.1. Calcul du SCR

On considère maintenant que le risque de base est log-normal, et donc :

$$x_p = VaR_p(X) = S_0(1-p) = F_0^{-1}(p) = \mathbf{exp}\left(\mu + \sigma\phi^{-1}(p)\right).$$

On a  $S_0(m) = P\left(Z > \frac{\ln(m) - \mu}{\sigma}\right) = 1 - \phi\left(\frac{\ln(m) - \mu}{\sigma}\right)$ . On en déduit l'expression explicite de la fonction quantile dans le cas du modèle mélangé :

$$x_p = m \times \left( \frac{1-p}{1 - \phi\left(\frac{\ln(m) - \mu}{\sigma}\right)} \right)^{-1/\alpha}.$$

Dans les applications, on fixe  $m$  en contrôlant  $1-S_0(m)$  à un niveau assez grand mais inférieur à  $p$  ; typiquement dans un contexte Solvabilité 2  $p=99,5\%$  et on choisira  $S_0(m)=2\%$  ou  $S_0(m)=1\%$ . On note  $p_0=1-S_0(m)$  le niveau choisi, de sorte que

$$x_p = S_0^{-1}(1-p_0) \times \left( \frac{1-p}{1-p_0} \right)^{-1/\alpha}.$$

Dans le cas d'une distribution de référence log-normale on obtient donc pour le modèle mélangé :

$$x_p^{MEL} = \mathbf{exp}\left(\mu + \sigma\phi^{-1}(p_0)\right) \times \left(\frac{1-p}{1-p_0}\right)^{-1/\alpha},$$

formule à comparer à la version obtenue dans le modèle direct log-normal :

$$x_p^{LN} = \mathbf{exp}\left(\mu + \sigma\phi^{-1}(p)\right).$$

Le rapport des deux quantiles s'écrit donc :

$$r(\alpha) = \mathbf{exp}\left(\sigma\left(\phi^{-1}(p_0) - \phi^{-1}(p)\right)\right) \times \left(\frac{1-p}{1-p_0}\right)^{-1/\alpha}.$$

On peut noter incidemment que ce rapport ne dépend pas du paramètre  $\mu$ .  $r(\alpha)$  est une fonction décroissante de  $\alpha$  : lorsque  $\alpha$  diminue, le risque associé à la distribution mélangée augmente et donc le capital requis pour le couvrir aussi.

On sera confronté à une situation de risque de modèle dans le cas où malgré une valeur  $r(\alpha) \gg 1$  un échantillon issu du modèle mélangé serait difficilement discernable d'un échantillon log-normal. Le modèle log-normal est largement répandu en assurance et, en particulier, c'est sur ce modèle qu'ont été calibrés une partie des paramètres de la formule standard décrite dans QIS 3. C'est cette situation que nous allons nous attacher à examiner plus attentivement dans la suite de cet article.

### 2.3. ESTIMATION DES PARAMETRES DU MODELE

L'estimation des paramètres peut être effectuée par la méthode du maximum de vraisemblance. En effet, la log-vraisemblance s'écrit, en notant  $(x_{(1)}, \dots, x_{(n)})$  la statistique d'ordre associée à l'échantillon  $(x_1, \dots, x_n)$  et  $k$  le plus petit indice tel que  $x_{(k)} \geq m$  :

$$l(x_1, \dots, x_n; \mu, \sigma, m, \alpha) = \sum_{i=1}^{k-1} \ln \left( \frac{1}{\sigma x_{(i)} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln(x_{(i)}) - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \right) + \sum_{i=k}^n \ln(\alpha m^\alpha S_0(m) x_{(i)}^{-\alpha-1})$$

ce qui conduit après simplification à :

$$l(x_1, \dots, x_n; \mu, \sigma, m, \alpha) = -\sum_{i=1}^n \ln(x_{(i)}) - (k-1) \ln(\sigma \sqrt{2\pi}) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{k-1} \left( \frac{\ln(x_{(i)}) - \mu}{\sigma} \right)^2 \\ + (n-k+1) \ln(\alpha) + \alpha(n-k+1) \ln(m) - \alpha \sum_{i=k}^n \ln(x_{(i)}) + (n-k+1) \ln(S_0(m))$$

Du fait de la présence de  $k = \min\{i; x_{(i)} \geq m\}$  l'expression de la log-vraisemblance est difficilement utilisable en l'état. On peut toutefois décomposer le problème de maximisation en remarquant que :

$$\max_{(\mu, \sigma, m, \alpha)} l(x_1, \dots, x_n; \mu, \sigma, m, \alpha) = \max_m \max_{(\mu, \sigma, \alpha)} l(x_1, \dots, x_n; \mu, \sigma, m, \alpha).$$

On note alors qu'une fois  $m$  fixé, les expressions des dérivées partielles de la log-vraisemblance sont les expressions classiques des deux lois sous-jacentes, sur les plages de données les concernant. Les estimateurs de  $\mu$  et  $\sigma$  sont ainsi les classiques estimateurs empiriques pour l'échantillon gaussien  $(\ln x_{(i)}; i = 1, \dots, k-1)$  :

$$\hat{\mu} = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} \ln x_{(i)} \quad \text{et} \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^{k-1} (\ln x_{(i)} - \hat{\mu})^2}.$$

L'estimateur du paramètre de queue  $\alpha$  est fourni par l'expression :

$$\hat{\alpha} = \frac{n-k+1}{\sum_{i=k}^n \ln \left( \frac{x_{(i)}}{m} \right)}.$$

Il reste à éliminer  $m$ , inconnu, dans l'équation ci-dessus. En pratique on pourra donc procéder de la manière suivante :

- on fixe  $k$  (en commençant par exemple par  $k = 95\% \times n$ ) ;
- on calcule  $\hat{\mu}$  et  $\hat{\sigma}$  ;
- on calcule  $\hat{m} = \mathbf{exp}\left(\hat{\mu} + \hat{\sigma}\phi^{-1}\left(\frac{k}{n}\right)\right)$  ;
- L'estimateur (pseudo maximum de vraisemblance) du paramètre de queue  $\alpha$  est

$$\text{alors fourni par l'expression } \hat{\alpha} = \frac{n-k+1}{\sum_{i=k}^n \ln\left(\frac{x(i)}{\hat{m}}\right)}.$$

On obtient une valeur  $l(k)$  de la log-vraisemblance ; on recommence avec  $k' > k$ , et on conserve l'estimation des paramètres associée à la valeur maximale de la séquence  $l(k)$  ainsi obtenue.

On notera que les estimateurs ci-dessus sont *a priori* biaisés (même si en tant qu'estimateurs du maximum de vraisemblance ils sont asymptotiquement sans biais).

#### 2.4. CONSEQUENCE SUR LE NIVEAU DU CAPITAL DE L'ESTIMATION DES PARAMETRES

BOYLE et WINDCLIFF [2004] mettent en évidence l'importance de l'étape d'estimation des paramètres, du fait de la perte d'information à ce niveau, dans la pertinence des résultats fournis par un modèle théorique. Comme ici on dispose de formules fermées pour la fonction quantile dans chacun des modèles, le niveau du capital de solvabilité sera simplement estimé, dans le modèle mélangé, par

$$\hat{x}_p^{MEL} = \mathbf{exp}\left(\hat{\mu} + \hat{\sigma}\phi^{-1}(p_0)\right) \times \left(\frac{1-p}{1-p_0}\right)^{-1/\hat{\alpha}},$$

et, dans le modèle log-normal, par

$$\hat{x}_p^{LN} = \mathbf{exp}\left(\hat{\mu} + \hat{\sigma}\phi^{-1}(p)\right).$$

### 2.4.1. Cas du modèle log-normal

On vérifie facilement que la fonction  $f_a(x, y) = \mathbf{exp}(x + ay)$  est convexe ; on en déduit avec l'inégalité de Jensen (DACUNHA-CASTELLE et DUFLO [1982]) que :

$$E\left(\hat{x}_p^{LN}\right) = E \mathbf{exp}\left(\hat{\mu} + \hat{\sigma}\phi^{-1}(p)\right) \geq \mathbf{exp}\left(E(\hat{\mu}) + E(\hat{\sigma})\phi^{-1}(p)\right).$$

Comme dans le modèle log-normal le paramètre  $\mu$  est estimé sans biais, et que l'on peut remplacer  $\hat{\sigma}$  par sa version corrigée du biais  $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\hat{\sigma}$ , on en conclut que :

$$E\left(\hat{x}_p^{LN}\right) \geq x_p^{LN} = \mathbf{exp}\left(\mu + \sigma\phi^{-1}(p)\right).$$

En d'autres termes, la procédure d'estimation du capital de solvabilité dans un modèle log-normal conduit à le surestimer en moyenne.

### 2.4.2. Cas du modèle mélangé

Dans le cas du modèle mélangé, on doit examiner le comportement de  $f_{a,b}(x, y, z) = \mathbf{exp}\left(x + ay + \frac{b}{z}\right)$  avec  $b = \mathbf{ln}\left(\frac{1-p_0}{1-p}\right) > 0$ . Un simple calcul matriciel permet de vérifier la positivité de la matrice hessienne associée, et du même coup le caractère convexe de  $f_{a,b}$ . Mais il n'est pas aisé d'en déduire le sens du biais sur l'estimation du SCR, les paramètres n'étant plus sans biais.

Les simulations numériques tendent à mettre en évidence un biais négatif, ie une sous-estimation du SCR, ce qui constitue un point pénalisant en pratique (cf. *infra*).

## 2.5. APPLICATION NUMERIQUE

D'un point de vue pratique, l'estimation du SCR ne s'effectue pas sur des données observées mais sur des valeurs simulées issues d'un modèle (le « modèle interne ») ; on pourra par exemple sur ce point consulter THEROND et PLANCHET [2007]. Les contraintes de calcul font qu'il n'est pas envisageable de disposer d'un nombre arbitrairement grand de réalisations de la marge actif-passif simulée et que l'estimation du SCR devra donc être effectuée sur un échantillon de taille modeste.

De ce fait, la modélisation de la marge actif-passif est déterminante quant à la détermination du niveau de capital.

### 2.5.1. Simulation de la loi mélangée

La simulation d'un échantillon issu de la loi mélangée peut être obtenu simplement de la manière suivante :

- tirage d'une valeur  $u$  distribuée uniformément sur  $[0,1]$  ;
- si  $u > p_0$ , tirage de  $x$  dans la loi de Pareto de paramètres  $(m, \alpha)$  ;
- si  $u < p_0$ , tirage de  $x$  dans la loi  $S(x) = \frac{S_0(x) - S_0(m)}{1 - S_0(m)}$ .

Ce dernier tirage peut être effectué avec une méthode de rejet : on effectue un tirage dans la loi log-normale, et on le rejette si la valeur obtenue est supérieure à  $m$ . En effet, comme :

$$P(X > x | X \leq m) = \frac{S_0(x) - S_0(m)}{1 - S_0(m)},$$

cela conduit exactement à la loi cherchée.

### 2.5.2. Résultats

Pour l'illustration numérique on retient :

Seuil distribution ( $p_0$ )	98,50%
Seuil SCR ( $p$ )	99,50%
$m$ (seuil)	353,554

log-normale			Pareto	
$\mu =$	5	$\gamma =$	353,554	
$\sigma =$	0,4	$\alpha =$	3,9	

Avec ces hypothèses, la valeur théorique du ratio des SCR dans le modèle mélangé et dans le modèle log-normal de référence est égale à 113 % ; en d'autres termes, utiliser le modèle log-normal conduit à sous estimer le besoin en capital de plus de 10 % si le modèle dont sont issues les données est le modèle mélangé.

On génère alors 2 échantillons de 1 000 réalisations de chacun des 2 modèles et on étudie l'adéquation de l'échantillon issu de la loi « mélangée » à une loi log-normale. On obtient l'ajustement suivant :

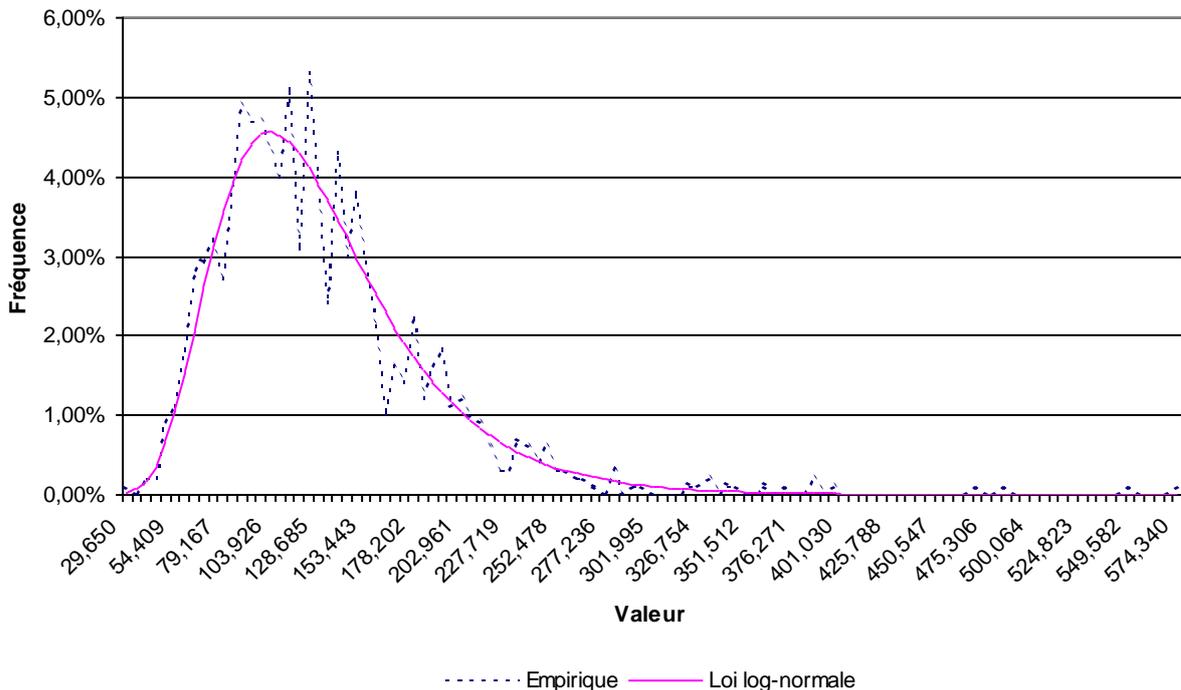


Fig. 1 : Ajustement de la loi log-normale sur un échantillon mélangé

L'ajustement est largement accepté par un test du Khi-2. Une analyse trop rapide conduirait donc à accepter un ajustement inadapté à la réalité des données. Il convient d'examiner le comportement de la queue de distribution.

### 2.5.3. Identification des valeurs extrêmes

On remarque que si on fixe une probabilité  $p > p_0$ , alors la probabilité que le quantile d'ordre  $p$  de la distribution log-normale soit dépassé dans la distribution mélangée est :

$$\pi(p) = 1 - \left( \frac{\exp(\mu + \sigma\phi^{-1}(p))}{m} \right)^{-\alpha} S_0(m)$$

Dans notre exemple, si  $p = 99,8\%$  alors  $\pi(p) = 0,50\%$  ; en conséquence, sur un échantillon de 1 000 valeurs, on trouvera en moyenne deux valeurs qui dépassent  $S_0^{-1}(1-99,8\%)$ , alors que ce seront 5 valeurs qui dépasseront ce seuil si la distribution sous-jacente est la distribution mélangée. Comme le nombre de valeurs  $N_u$  dépassant un seuil  $u$  est approximativement normal on a :

$$P(N_u \geq k) \approx 1 - \phi \left( \frac{k - nS(u)}{\sqrt{nS(u)(1-S(u))}} \right).$$

Cela fournit un test pour rejeter l'hypothèse que la distribution sous-jacente est log-normale en comptant le nombre de dépassements du seuil  $S_0^{-1}(1-99,8\%)$  dans l'échantillon. Par exemple, dans notre application, au seuil de confiance 10 % cette règle conduit à rejeter l'hypothèse nulle dès que  $k \geq 4$ . Sur l'échantillon présenté sur le graphique *supra* on remarque ainsi que 4 points sont dans cette situation :

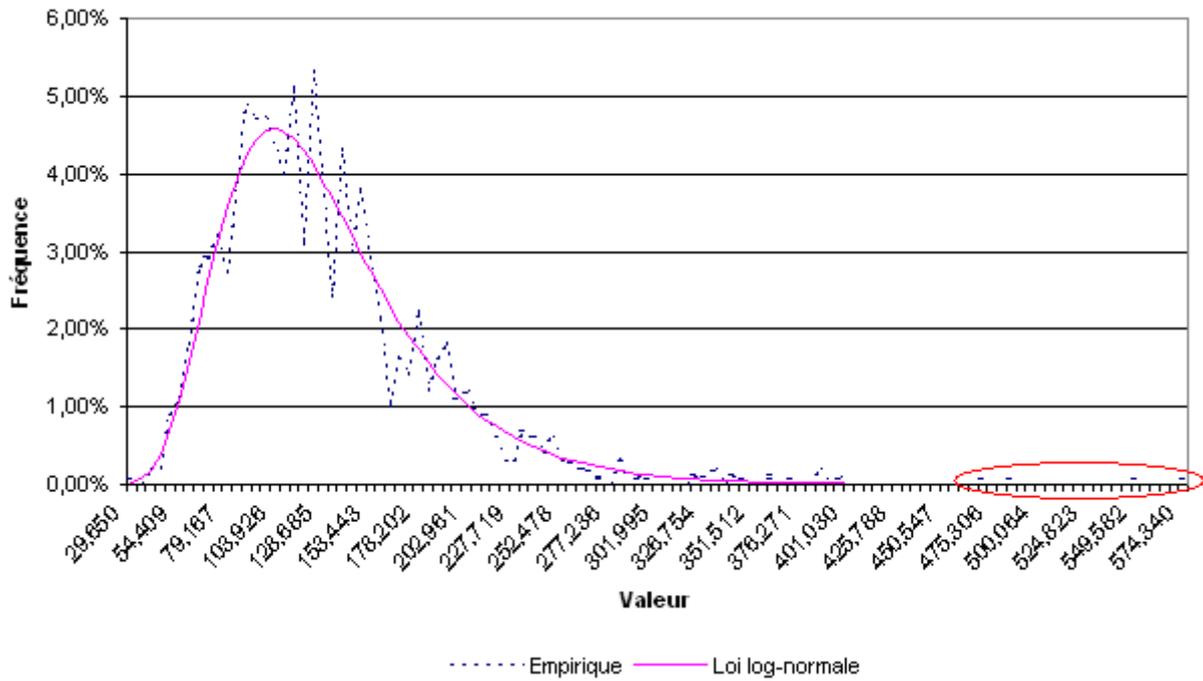


Fig. 2 : Identification des valeurs extrêmes

On serait donc conduit à rejeter l'ajustement log-normal et à utiliser un modèle tenant compte de la présence de ces valeurs extrêmes.

#### 2.5.4. Ajustement du modèle mélangé

L'ajustement par maximum de vraisemblance du modèle mélangé ne présente pas de difficulté pratique ; en effet, le calcul itératif de la log-vraisemblance effectué avec différentes valeurs de  $k$  fait apparaître une brutale rupture de pente lorsque  $\frac{k}{n} \approx p_0 = 1 - S_0(m)$ , comme l'illustre le graphique ci-dessous :

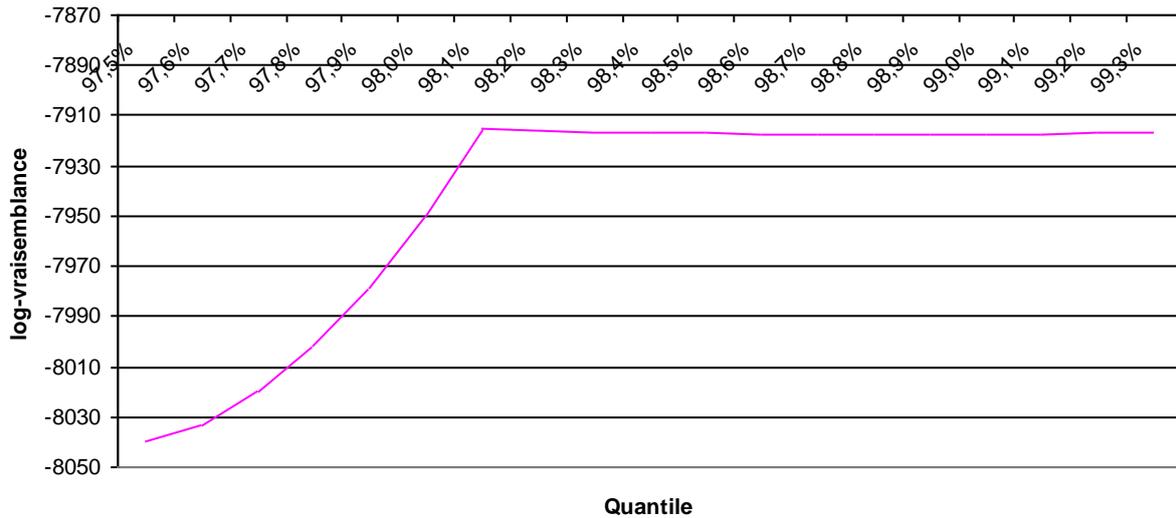


Fig. 3 : Calcul du maximum de vraisemblance : identification de  $m$

Les valeurs obtenues sur un échantillon « typique » sont de la forme :

	Estimation	Théorique	
$\mu$	4,958	5	
$\sigma$	0,386	0,4	
$\gamma$	317,097799	353,553971	
$\alpha$	3,475	3,9	
<b>Ratio estimé=</b>	117%	113%	
<b>Capital de solvabilité</b>			
SCR LN	416,00	415,85	0,0%
SCR mélangé	451,29	468,59	-3,7%

L'estimation du SCR dans un échantillon log-normal est relativement robuste dans le cas d'un échantillon de taille 1000 ; par contre, on observe une sous-estimation du capital dans le cas du modèle mélangé. On peut retenir au global que, si les données sont issues du modèle mélangé, le fait de considérer qu'elles sont en fait issues d'un échantillon log-normal conduit à une sous-estimation importante du besoin en capital, et que même dans le cadre du modèle bien spécifié, l'estimation conduit encore à une légère sous-estimation.

Cet exemple met en évidence l'importance d'une modélisation appropriée de la queue de distribution.

### 3. CONCLUSION

Les résultats présentés ici, dans un cadre très simplifié, mettent une nouvelle fois en évidence le manque de robustesse inhérent au critère de fixation du capital de solvabilité dans le projet Solvabilité 2.

De ce fait, il nous semble indispensable que les modalités de mise en œuvre du critère de probabilité de ruine soient explicitées à terme et que soient notamment précisées les contraintes sur la modélisation de la queue de distribution dans le cadre d'un modèle interne. Ces contraintes doivent être exprimées à trois niveaux : pour la modélisation de l'actif, pour la modélisation du passif, et enfin dans le cadre de l'exploitation de la distribution empirique d'une marge actif-passif simulée en « sortie » du modèle.

### BIBLIOGRAPHIE

- AAI [2004] *A global framework for insurer solvency assessment*, <http://www.actuaires.org>.
- BALLOTTA L. [2004] « Alternative framework for the fair valuation of participating life insurance contracts ». *Proceedings of the 14<sup>th</sup> AFIR Colloquium 1*, 337-67.
- BOYLE P., WINDCLIFF H. [2004] « The 1/n pension investment puzzle », *North American Actuarial Journal* 8.
- COMMISSION EUROPEENNE [2003] « Conception d'un futur système de contrôle prudentiel applicable dans l'Union européenne - Recommandation des services de la Commission ». Document de travail, MARKT/2509/03.
- COMMISSION EUROPÉENNE [2004] « Solvency II - Organisation of work, discussion on pillar I work areas and suggestions of further work on pillar II for CEIOPS », Document de travail, MARKT/2543/03.
- DACUNHA-CASTELLE D., DUFLO M. [1982] *Probabilités et statistiques : problèmes à temps fixe*, Paris : Masson.
- EMBRECHTS P., KLUPPELBERG C., MIKOSCH T. [1997] *Modelling extremal events*, Berlin : Springer Verlag.
- GAUTHIER C., PISTRE N. [2000] « Événements extrêmes sur les spreads de crédit », Working Paper ENSAE.
- PLANCHET F., THEROND P.E. [2004] « Allocation d'actifs d'un régime de rentes en cours de service ». *Proceedings of the 14<sup>th</sup> AFIR Colloquium 1*, 111-34.
- PLANCHET F., THEROND P.E. [2005] « L'impact de la prise en compte des sauts boursiers dans les problématiques d'assurance », *Proceedings of the 15<sup>th</sup> AFIR Colloquium*.
- ROBERT C. [1998] « Mouvements extrêmes des séries financières haute fréquence », *Finance* 19, 221-71.
- THEROND P.E., PLANCHET F. [2007] « Provisions techniques et capital de solvabilité d'une compagnie d'assurance : méthodologie d'utilisation de Value-at-Risk », *Assurances et gestion des risques* 74 (4).533-63.
- ZAJDENWEBER D. [2000] *Économie des extrêmes*, Paris : Flammarion