

PROMOTION: 2005/26

Mémoire d'actuariat présenté devant

le Jury du C E A

pour l'obtention du

**Diplôme d'Actuaire du CENTRE D'ETUDES
ACTUARIELLES**

Par Mr. Laurent GUERIN

Sur le sujet :

**« Construction de tables de mortalité féminines par génération à
partir d'une approche par grandes causes médicales de décès -
modélisations Lee-Carter »**

Devant un jury composé de :

Liste du jury :

Thomas BEHAR
Vincent DAMAS
Arnaud COHEN
Gérard CROSET
Jean-Pierre DIAZ
Brigitte DUBUS
Paul ESMEIN
Michel FROMENTEAU
Benoît HUGONIN
Christophe IZART
Pierre PETAUTON
Florence PICARD
Christian Yann ROBERT

Directeur du mémoire :

Laurence BEAUVOIS

Invité :

Vincent DEFAUX

RESUME : Construction de tables de mortalité féminines par génération à partir d'une approche par grandes causes médicales de décès - modélisations Lee-Carter.

Mots clés : Tables prospectives, causes de décès, espérance de vie, rentes viagères.

Dans le cadre des régimes proposant des garanties sous forme de rentes viagères, l'assureur s'engage à très long terme puisqu'il garantit le versement d'un revenu périodique jusqu'au décès des bénéficiaires du contrat. Il est aussi bien confronté au risque de longévité des rentiers qu'aux aléas financiers.

Projeter l'évolution de la mortalité est donc un exercice indispensable mais difficile. Sur le dernier siècle, l'espérance de vie à la naissance des femmes en France a connu une croissance quasi-linéaire pour atteindre 83,8 ans en 2005¹. Sur le constat que cette croissance s'est considérablement ralentie sur les 20 dernières années, deux modélisations Lee-Carter standard et logistique ont été testées pour construire des tables prospectives féminines à partir d'une approche par grandes causes de décès. Les méthodes de projection de la composante temporelle ont été davantage approfondies par rapport aux applications classiques dans ce domaine, pour prendre en compte des évolutions plus complexes liées à une analyse par causes et ainsi limiter la part de subjectivité. Les tables de mortalité féminines générationnelles construites au terme de l'analyse donnent, pour un calcul en 2008, des niveaux de rentes viagères plus proches de ceux obtenus avec les anciennes tables officielles françaises TPG 1993 que ceux obtenus avec les nouvelles tables TGF 2005. Les capitaux constitutifs des rentes issus de cette analyse sont nettement plus bas que ceux calculés avec les tables de référence nationales à l'horizon 2050, traduisant un ralentissement attendu dans la progression de l'espérance de vie des femmes.

Dans une étude par grandes causes, l'analyse est plus complexe à mettre en œuvre et les biais se cumulent avec le nombre de catégories retenues. Les résultats sont destinés à modéliser la survie de l'ensemble de la population féminine française. Pour une population de rentiers, ils sont sous-estimés en raison essentiellement de l'antisélection (la rente attire les individus qui pensent vivre le plus longtemps) et de l'aléa moral (le développement des retraites aurait effectivement contribué à l'allongement de l'espérance de vie)². Une segmentation multicritères des populations de rentiers semble indispensable en raison d'un phénomène pervers observé dans tout régime de rentes : la sur-représentation des "mauvais risques" conduit les assureurs à réviser leurs tarifs à la hausse, ce qui écarte davantage les meilleurs risques, augmente l'effet d'antisélection et réduit d'autant la taille des marchés. Une solution alternative serait de rendre l'achat de la rente obligatoire, ce que font finalement les régimes de retraite obligatoires. La prise en compte de coefficients multiplicateurs ou de décalages à appliquer aux tables de mortalité prospectives en fonction de la catégorie socioprofessionnelle et/ou de la zone géographique sont d'autres voies de recherche à approfondir en la matière.

¹ F. PRIOUX [2006] - L'évolution démographique récente en France - Population - INED.

² A. MASSON [2004] - Pourquoi la rente viagère et la vente en viager sont-elles si peu diffusées ? – Risques n°59.

ABSTRACT : Construction of female projected life tables from most common cause of death approach – Lee-Carter modelisations.

Keywords : Projected life tables, cause of death, life expectancy, life annuities.

In life annuities pensions, insurers commit to an extremely long-term because they guarantee the payment of a regular income until death of the contract holders. The insurer has to manage annuitant longevity risk as well as financial risks.

Projection of mortality evolution is difficult but necessary work. In the last century, female life expectancy since birth in France has essentially been linear and reached 83.8 years in 2005. On the presumption that this trend has slowed down considerably in the last 20 years, 2 Lee-Carter models have been tested to build female projected life tables from the “most common causes of death” approach. By taking into consideration more complex evolutions in cause of death analysis, this study produces a more detailed trend projection and limits subjectivity. Female life tables built at the end of this paper lead life annuities more similar to the old official French life tables TPG 1993 than the new French life tables TGF 2005 in 2008 calculus. Life annuities terms in this analysis express a slow downward trend in female life expectancy.

In a study by most common causes of death, analysis is difficult and errors tend to increase with the number of cause classes. The results of the study will be a model of the whole French female population. For stock-holder population, they are underestimated due to adverse selection (settlement attracts a person who is thought to live longer) and moral risk (pensions expansion will effectively contribute to lengthening of life expectancy). A multi-criterion segmentation of stock-holder populations seems necessary due to a perverted phenomenon which is observed in all stock-holder systems: over-representation of bad risks lead insurers to increase prices. Increased prices result in keeping away further good risks, increases adverse selection effect, and a reduced market size. One alternative solution would be to return to obligatory annuities approval which is currently done by the obligatory stock-holder system. Another solution could be to take into account multiplier coefficients or lags and apply them to projected life tables according to professional class and/or geographical areas.

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier F. PLANCHET, actuaire au sein du cabinet WINTER & Associés et professeur à l'ISFA, pour son expertise et ses conseils. Par la mise à disposition de certains de ses travaux ainsi que la communication de multiples références bibliographiques en matière de mortalité prospective, il a grandement contribué à la réalisation de ce mémoire.

Je remercie particulièrement mes supérieurs hiérarchiques directs au sein d'AGRICA : L. BEAUVOIS actuaire et directeur délégué Actif / Passif et V. DEFAUX responsable du département Statistiques et Actuariat pour leur soutien, leur relecture attentive ainsi que leurs conseils.

Merci aussi à M. FAVRE du cabinet WINTER & Associés pour sa relecture.

Merci à SAS France pour la mise à disposition d'une version de SAS v.9 à domicile ainsi que pour les conseils apportés par ses formateurs.

Enfin, mes dernières pensées vont à mes proches pour leur soutien et leur patience durant toutes les étapes de la réalisation de ce mémoire.

SOMMAIRE

Résumé / Abstract	3
Remerciements	5
CONTEXTE DE L'ETUDE	8
1. Une approche par grandes causes médicales de décès	8
2. La méthode retenue et les solutions alternatives	8
INTRODUCTION	11
Chapitre 1 : Analyse des données INSERM	12
1. Présentation des données de l'étude	12
2. Etat de la mortalité féminine française en 2004	14
3. Evolution de la mortalité sur la période 1979-2004	16
Chapitre 2 : Méthodes de construction des tables prospectives	18
1. Présentation des modèles	18
1.1. Hypothèses de départ	18
1.2. Le modèle Lee-Carter standard	19
1.3. Le modèle Lee-Carter logistique	20
2. Décomposition par étapes	20
2.1. Estimation des paramètres	20
2.2. Extrapolation de la composante temporelle	23
2.2.1. Modèles de régression	23
2.2.2. Processus ARIMA	24
2.2.3. Choix du modèle de prévision à long terme	28
3. Fermeture des tables	28
3.1. Fermeture pour le modèle Lee-Carter standard	29
3.2. Fermeture pour le modèle Lee-Carter logistique	30
4. Limites des méthodes Lee-Carter	30
Chapitre 3 : Modélisation Lee-Carter des taux bruts de décès par grandes causes	31
1. Mise en oeuvre de la méthode Lee-Carter	31
1.1. Particularités d'une analyse par grandes causes médicales de décès	31
1.2. Etape 1 : Calcul des $\hat{\mu}_{xt}$	33
1.3. Etape 2 : Calcul des $\ln \hat{\mu}_{xt}$, des $\ln \left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}} \right)$ et des $\hat{\alpha}_x$	34
1.4. Etape 3 : Calcul des $\hat{\beta}_x$ et des \hat{k}_t	36
1.4.1. Représentation des β_x	36
1.4.2. Représentation des k_t	38
1.5. Etape 4 : Second ajustement des \hat{k}_t sur les décès réels	40
2. Extrapolation de la composante temporelle	43
2.1. Modélisation par grande cause médicale de décès	43
2.2. Modélisation globale sans référence à la causalité des décès	65

Chapitre 4 : Fermeture et présentation des tables de mortalité prospectives féminines	68
1. Redéploiement des taux de mortalité par âge et fermeture des tables	68
1.1. Calcul des taux de mortalité issus de la modélisation Lee-Carter	68
1.2. Transformation en taux de décès annuels pour tout âge x	68
1.3. Comparaison de la modélisation sans référence à la causalité des décès avec le cumul des modélisations par cause	70
1.4. Analyse des taux de décès obtenus avec les 2 modélisations par cause	73
1.5. Fermeture des tables	75
1.5.1. Modèle Lee-Carter standard	75
1.5.2. Modèle Lee-Carter logistique	76
2. Qualité de l'ajustement et statistiques du Khi-Deux	76
3. Présentation des tables prospectives de génération femme construites à partir des statistiques par grandes causes médicales de décès	78
3.1. Nombre de survivants L_x par génération	79
3.2. Taux bruts de décès par génération	81
3.3. Ecart de L_x entre tables de mortalité	82
Chapitre 5 : Tables de mortalité prospectives et rentes viagères	85
1. Rentes viagères	85
1.1. Théorie	85
1.1.1. La rente viagère immédiate	85
1.1.2. La rente viagère différée	85
1.2. Application aux tables de mortalité prospectives	86
2. Espérance de vie	87
2.1. Théorie	87
2.2. Application aux tables de mortalité prospectives	88
SYNTHESE DES RESULTATS	90
1.1. Des tendances multiples qui convergent vers une décroissance non linéaire et ralentie de la mortalité féminine	90
1.2. Deux visions de la mortalité future des femmes coexistent : décroissance linéaire ou freinée	91
1.3. Des tables de mortalité prospectives satisfaisantes mais avec des nombres de survivants L_x nettement en retrait aux âges élevés de ceux affichés par les nouvelles tables officielles féminines	91
1.4. En matière de rente viagères et d'espérance de vie, les résultats de l'approche par causes sont proches de ceux obtenus en 2008 avec les TPG 1993, mais s'en éloignent à la baisse à l'horizon 2050	92
1.5. L'analyse par grandes causes de décès est plus complexe à mettre en œuvre et plus difficile à modéliser	92
CONCLUSION	93
BIBLIOGRAPHIE	95
ANNEXES	97
Annexe 1. Principales causes de décès et codification internationale	97
Annexe 2. Taux bruts de décès selon les principales causes médicales	99
Annexe 3. Programme SAS IML d'approximation de la matrice $Z \approx \hat{\beta} \cdot \hat{k}$	104
Annexe 4. Tables de génération Femme - TGF v.1 - Modèle Lee-Carter standard	105
Annexe 5. Tables de génération Femme - TGF v.2 - Modèle Lee-Carter logistique	112



CONTEXTE DE L'ETUDE

En préambule, cette partie a pour objectif de préciser au lecteur les motivations et enjeux de l'étude ainsi que les méthodes retenues. L'intérêt d'une analyse par causes de décès pour la construction de tables de mortalité prospectives est précisé dans une première section. Les calculs par grande cause de décès sont réalisés sur la base de modèles déterministes de type Lee-Carter. D'autres méthodes alternatives pour modéliser la durée de vie future des femmes sont envisageables, comme en atteste les nombreux travaux en matière de mortalité prospective sur les deux dernières décennies. Elles feront l'objet d'une seconde section.

1) Une approche par grandes causes médicales de décès

Cette étude a pour but de construire des tables de mortalité prospectives à partir de 17 grandes causes médicales de décès pour le sexe féminin et selon un modèle à causes de sorties multiples. Il s'agit d'une démarche originale qui doit permettre a priori d'améliorer la précision des projections de taux de mortalité sur le long terme. Les différentes causes sont codées et catégorisées selon la Classification Internationale des Maladies (CIM 10). La répartition des décès est basée sur la "cause initiale du décès" définie par l'OMS³. Cette hypothèse de base est fondamentale car elle implique que la classification par causes est médicale et non pas statistique. On notera qu'une sélection des causes principales par l'intermédiaire d'une analyse multivariée est applicable à ce niveau (non réalisée). Par ailleurs, l'hypothèse simplificatrice de classification des décès selon leur cause initiale implique qu'il y ait indépendance entre les causes. Ce postulat va nous permettre de comparer les projections cumulées de taux de mortalité issus de l'analyse par causes avec celles provenant de l'approche globale sans référence à la causalité des décès⁴. L'intérêt d'une approche par causes est également de redonner de l'hétérogénéité⁵ à l'analyse.

2) La méthode retenue et les solutions alternatives

Les tables prospectives permettent de tenir compte des évolutions futures de la mortalité. Le modèle de Lee-Carter [1992-2000], retenu dans cette étude, s'est imposé comme un modèle de référence de l'actuariat moderne. Les tendances passées y sont ajustées via une décomposition du logarithme du taux instantané de mortalité en deux parties, l'une propre à l'âge et l'autre tendancielle qui fait l'objet de projections sur le long terme.

La méthode Lee-Carter a fait l'objet d'extensions comme le modèle Log-Poisson, proposé par Brouhns et al. [2002]. Il s'agit d'une adaptation pour lever l'hypothèse d'homoscédasticité des taux de mortalité quelque soit l'âge et estimer les paramètres selon les critères du maximum de vraisemblance.

³ cf. chapitre 1 - section 1.

⁴ cf. chapitre 4 - section 1.3.

⁵ cf. page 93.

D'autres solutions sont envisageables pour construire des tables de mortalité prospectives. On pourra citer en particulier :

- 1) Le modèle de Gompertz-Makeham [1860] est historiquement un des modèles de référence pour l'ajustement des taux instantané de mortalité et la détermination des L_x . Il part de l'hypothèse, pour certains âges, d'un taux instantané de mortalité qui s'exprime par :

$$\mu_x = A + B.C^x \text{ avec } A>0, B>0 \text{ et } C>1.$$

Avec A qui traduit les décès accidentels et $B.C^x$ le processus de vieillissement.

Ce modèle est encore couramment utilisé pour la construction de table de mortalité d'expérience. Par ailleurs, certaines études récentes présentent des formulations proches inspirée du modèle de Makeham, comme celui de Menthonnex & Vanner [1998].

- 2) Les modèles Log-linéaires⁶, exprimés par exemple via l'introduction du "logit" sur les taux de mortalité, sont des modèles alternatifs avec moins de paramètres. Nous présenterons dans cette étude une modélisation Lee-Carter logistique qui en est directement inspirée.
- 3) Les modèles à référence externe permettent de positionner la mortalité d'un groupe de taille réduite par rapport à une table de référence, par exemple une table du moment INSEE. L'approche la plus courante consiste à appliquer un taux de majoration (ou d'abattement) aux taux de la table de référence.
- 4) Les modèles à risque proportionnel⁷, introduit par Cox [1972], suppose que la fonction de risque conditionnée par les variables exogènes se ramène au risque lui-même qui est "modulé" en fonction des exogènes.

Le modèle de Cox prend la forme suivante :

$$h(t | x) = h_0(t) \cdot e^{\beta \cdot x}$$

Avec $h(t | x)$ la fonction de risque, $h_0(t)$ une fonction positive commune à toutes les unités et ne dépendant que du temps et β un vecteur de coefficients.

On peut le considérer de différentes manières selon que la fonction de risque est supposée connue ou inconnue. Sa simplicité et la facilité avec laquelle il peut être étendu pour tenir compte de phénomènes complexes pour modéliser la durée de vie humaine comme l'hétérogénéité non observée sont à l'origine de son engouement.

- 5) Le modèle à causes de sorties multiples⁸ est une généralisation du modèle de Makeham qui comporte 2 composantes : décès accidentels et décès liés au vieillissement. Sous l'hypothèse d'indépendance des différentes composantes, le modèle est simple et le taux instantané de mortalité global est la somme des taux instantanés de mortalité par cause : c'est ce modèle qui a été retenue dans cette étude.

⁶ cf. PLANCHET et THEROND [2006] - p. 168.

⁷ cf. HORNY G. [2006] - p.34.

⁸ cf. PLANCHET et THEROND [2006] - p. 26.

L'hypothèse d'indépendance des causes peut également être levée via les modèles de fragilité (voir infra.) et l'introduction de martingales conditionnelles (Oakes [1989]).

- 6) Les modèles à risques concurrents ont une approche similaire à celle de l'étude de la mortalité par causes. On estime un modèle différent pour chaque changement d'état en retirant l'individu de tous les groupes à risque au moment où il change d'état. L'approche peut être simple, à l'aide de plusieurs équations estimées au moyen du modèle de Cox, du modèle exponentiel, etc., ou en tenant compte de la corrélation dans les processus de changement d'état via le modèle probit par exemple où la loi normale est utilisée comme fonction de liaison.
- 7) Les modèles de fragilité simple ou combinée⁹ partent de la formulation d'un modèle à risque proportionnel. On fait l'hypothèse que les individus atteignant un âge élevé ont bénéficié d'une force de mortalité plus favorable durant leur vie. Ces modèles prennent en compte l'hétérogénéité de la fragilité individuelle (J. Vaupel et al. [1979]) ainsi que les différences individuelles dans la vitesse de croissance de la mortalité avec l'âge (Barbi [1999]). Ces modèles permettent d'estimer l'espérance de vie maximale des générations considérées.
- 8) Les modèles stochastiques de mortalité¹⁰ permettent de rendre compte des variations erratiques, aux différents âges, des taux instantanés de mortalité autour de leurs valeurs tendanciennes. Le taux de mortalité futur devient un processus stochastique. Les approches stochastiques de la mortalité sont nombreuses comme les lissages bayésiens ou le modèle de Kimeldorf et Jones [1967]. L'utilisation d'un modèle stochastique a pour intérêt de quantifier le risque systématique non mutualisable en intégrant l'incertitude sur les taux de mortalité futurs et la perspective de valorisation en "juste valeur" d'engagements de retraite comportant à la fois un risque financier et un risque démographique. Enfin, on précisera que l'ensemble des modèles déterministes présentés infra (modèle de Lee-Carter, modèles poissoniens, ...) peuvent être étudiés dans le cadre d'une approche stochastique.

Au terme de cette présentation, on retiendra que les travaux suivants visent à construire des tables de mortalité prospectives féminines sur la base d'un modèle à causes de sorties multiples dont chacun fait l'objet d'un ajustement via un modèle de type Lee-Carter. L'hypothèse d'indépendance des causes est rendue possible via la notion de "cause initiale du décès".



⁹ cf. BARBI E., CASELLI E., VALLIN J. [2003] - p. 49.

¹⁰ cf. PLANCHET et THEROND [2006] - p. 201.

INTRODUCTION

La question de l'évaluation de la mortalité future dans la tarification des rentes viagères a longtemps été reléguée au second plan en raison de taux de rendement financiers élevés. Aujourd'hui, de nombreux acteurs du monde de l'assurance ont pris conscience de l'importance du risque de longévité. En commercialisant des rentes viagères, ils prennent des engagements à très long terme puisqu'ils garantissent, à vie, le versement d'un revenu au détenteur du contrat.

Projeter l'évolution de la mortalité est donc un exercice indispensable. Il est cependant loin d'être aisé. Pour s'en convaincre, il suffit d'analyser les écarts observés, par le passé, entre les projections et la réalité. Le plus souvent les projections ont sous-estimé les gains de longévité. L'idée de réaliser des prévisions à long terme sur les 17 grandes causes de mortalité¹¹ de la codification internationale, est un axe d'analyse qui semble naturel pour la construction de tables prospectives. Chacun des groupes issus de cette segmentation a son évolution propre. En agrégeant les projections réalisées au niveau de chaque catégorie, on peut faire l'hypothèse que les résultats seront plus précis par rapport à une analyse classique, toutes causes de décès confondus. Cette question est à la base de ce sujet d'étude.

Ce mémoire a pour objet de construire des tables de mortalité prospectives à partir des grandes causes médicales de décès. Il se limite à l'analyse de la mortalité féminine au niveau national, sans chercher à corriger l'antisélection inhérente à un régime de rentes viagères. Cette modélisation à causes de sorties multiples implique des calculs sur une grande quantité d'information. Cela a rendu indispensable une grande rigueur dans l'application de la méthodologie et explique également la limitation au seul sexe féminin. Les méthodes de construction de tables de mortalité prospectives sont nombreuses et les travaux récents au niveau international en la matière attestent de l'intérêt du sujet. Le choix s'est porté sur des méthodologies récentes : Lee-Carter standard et Lee-Carter logistique (variante). L'idée de passer par une décomposition en valeurs singulières de la matrice des taux de mortalité (doublement indexée par l'âge et par le temps calendaire) est en effet adaptée à la structure des données disponibles : taux de mortalité bruts INSERM sur 26 années par classes d'âges et pour 17 grandes causes de décès.

Ainsi, après une analyse des statistiques de mortalité françaises par grandes causes médicales, nous présenterons les principes des modélisations Lee-Carter mises en œuvre pour aboutir à la réalisation de deux nouvelles tables de mortalité générationnelles féminines¹². Ces résultats nous permettront de réaliser des études comparatives en Assurance Vie sur les rentes viagères et l'espérance de vie résiduelle.



¹¹ cf. le tableau des grandes causes de décès en annexe 1.

¹² Selon la modélisation Lee-Carter standard ou logistique.

CHAPITRE I : ANALYSE DES DONNEES INSERM

1) Présentation des données de l'étude

Ce chapitre a pour objectif de présenter les caractéristiques des principales causes des décès de la population féminine en France métropolitaine, observée sur la période 1979-2004. On analysera plus particulièrement les décès survenus au cours de l'année 2004 (dernier exercice de l'historique) ainsi que leur évolution récente (2000-2004).

Les données sont issues de la base nationale des causes médicales de décès, élaborée annuellement par le Centre d'épidémiologie sur les causes médicales de décès de l'Inserm (CépiDc). Les différentes causes sont codées et catégorisées selon la Classification Internationale des Maladies. La codification actuelle est la CIM 10 depuis l'année 2000. L'étude est menée sur la cause initiale¹³ de décès. Ces informations sont établies à partir des données recueillies sur les certificats médicaux remplis par le médecin ayant constaté le décès.

→ La codification des principales causes de décès est présentée de façon synthétique dans le tableau 1 de la page 11.

Dans cette étude, seules les 17 plus grandes causes de décès de la codification internationale ont été retenues pour la période d'observation 1979-2004.

L'indicateur sélectionné dans les données INSERM est le taux de décès brut q_{xt} avec x = l'âge ou la classe d'âge et t = l'année d'observation.

Chaque taux brut de décès se calcule de la façon suivante :

$$\begin{array}{l} \text{Taux brut} \\ \text{pour une cause} \\ \text{pour 100 000} \\ \text{habitants} \end{array} = \frac{\begin{array}{l} \text{Nombre de décès dus à cette cause} \\ \text{pour une même période donnée} \end{array}}{\begin{array}{l} \text{Effectif de la population pendant} \\ \text{la même période} \end{array}} \times 100\,000$$

Le dénominateur (effectif de la population) est un effectif moyen se définissant comme l'effectif au milieu de l'année ou comme la moyenne des effectifs en début et fin d'année.

→ Les taux bruts de mortalité sont traduits en pourcentages pour les besoins de l'analyse.

¹³ La cause initiale de décès est définie par l'OMS comme la maladie ou le traumatisme qui a déclenché l'évolution morbide conduisant directement au décès, ou les circonstances de l'accident ou de la violence qui ont entraîné le traumatisme mortel.

Les classes d'âge retenues sont celles prises en compte par l'INSERM¹⁴. Elles sont dans cette étude au nombre de 10 et de longueur variable :

[0 à 1 an[[1-4 ans]	[5-14 ans]	[15-24 ans]	[25-34 ans]	[35-44 ans]
[45-54 ans]	[55-64 ans]	[65-74 ans]	[75-84 ans]	[85-94 ans]	[95 ans et +[

L'INSERM justifie le regroupement par classes par le fait que lorsque le taux est calculé sur une population d'effectif faible, il peut être affecté par d'importantes variations aléatoires d'une année à l'autre. Dans ce cas, il est recommandé de travailler sur des regroupements d'années.

→ On dispose ainsi d'un taux brut moyen annuel de mortalité pour chaque classe d'âge.

On notera également que depuis 1998, l'INSEE et l'INSERM ont recours à un classement général par groupes d'âges révolus (carrés et rectangles du diagramme de Lexis¹⁵).

Tableau 1 : Liste des causes de décès retenues dans cette étude.

GRANDES CAUSES MÉDICALES DE DÉCÈS
I. Maladies infectieuses et parasitaires
II. Tumeurs
III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques
IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.
V. Troubles mentaux et du comportement
VI. Maladies du syst. nerveux et des org. des sens
VII. Maladie de l'appareil circulatoire
VIII. Maladies de l'appareil respiratoire
IX. Maladies de l'appareil digestif
X. Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané
XI. Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.
XII. Maladies de l'appareil génito-urinaire
XIII. Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité
XIV. Certaines infections de la période périnatale
XV. Malformations congén. et anom. chromosomiques
XVI. Symptômes et états morbides mal définis
XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement
XVII. Décès toutes causes confondues

→ La liste détaillée des principales causes médicales de décès issues de la codification internationale est présentée en annexe 1.

On remarquera que cette segmentation est avant tout médicale. C'est sur cette base que l'étude a été réalisée.

¹⁴ MICHEL E., JOUGLA E., HATTON F., CHÉRIÉ-CHALLINE L. Principaux indicateurs SC8 - INSERM.

¹⁵ Pour plus d'informations sur le diagramme de Lexis, voir la section 1 du chapitre 2.

2) Etat de la mortalité féminine française en 2004

En 2004, 509.408 décès toutes causes sont survenus en France métropolitaine. Le taux standardisé de mortalité¹⁶ correspondant est de 750,1 pour 100.000 habitants. Chez les hommes, le taux de décès atteint 1.012,9. Il est nettement inférieur chez les femmes : 565,6 (ce qui correspond à une surmortalité masculine de 1,8). Le cancer est, pour la première fois, la cause de décès la plus fréquente devant les maladies cardiovasculaires et les accidents. Cette hiérarchie des causes varie selon le sexe et l'âge.

Pour les femmes, les maladies cardiovasculaires arrivent en tête devant les tumeurs. Pour les 15-24 ans, les morts violentes (accidents de transport et suicides) sont les causes de décès les plus fréquentes. Les tumeurs prédominent dès 25-44 ans et le cancer du sein est la première raison des décès entre 45 et 64 ans. A partir de 65 ans, les maladies cardiovasculaires sont la première cause de décès. On notera également que la plupart des taux de décès régressent dans le temps. Entre 2000 et 2004, les accidents de transport ont fortement diminué mais le suicide a stagné. Le cancer du poumon a considérablement augmenté chez les femmes.

Sept décès sur 10 correspondent à quatre catégories de grandes causes (tableau 2) : maladies cardiovasculaires (31,7%), tumeurs (25,2%), autres symptômes (7,3%) et accidents (6,1%). On notera que ces quatre catégories de décès représentaient 76% des décès en 1979. La baisse dans la répartition des décès de ces quatre catégories de risques est compensée par une hausse significative entre 1979 et 2004 des maladies du système nerveux (+ 2,9%) et des troubles mentaux (+ 2,5%) dans les classes d'âge les plus élevées.

Tableau 2 : Sexe féminin - Répartition des décès entre grandes causes de 1979 à 2004.

Maladies ou causes extérieures	Répartition des décès entre grandes causes						Ecart 2004 - 1979
	1979	1984	1989	1994	1999	2004	
I. Maladies infectieuses et parasitaires	1,2%	1,3%	1,5%	1,9%	1,5%	1,9%	+0,7%
II. Tumeurs	20,1%	20,8%	22,0%	22,9%	22,6%	25,2%	+5,1%
III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques	0,5%	0,5%	0,5%	0,6%	0,6%	0,5%	-0,0%
IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.	3,1%	3,2%	3,2%	3,3%	3,9%	4,3%	+1,2%
V. Troubles mentaux et du comportement	1,3%	2,4%	2,8%	3,1%	3,7%	3,8%	+2,5%
VI. Maladies du syst. nerveux et des org. des sens	2,6%	1,9%	2,3%	2,6%	3,7%	5,5%	+2,9%
VII. Maladie de l'appareil circulatoire	41,6%	40,5%	38,3%	36,4%	33,8%	31,7%	-9,9%
VIII. Maladies de l'appareil respiratoire	5,3%	5,5%	6,6%	7,1%	8,2%	5,8%	+0,5%
IX. Maladies de l'appareil digestif	5,9%	5,6%	5,0%	4,8%	4,5%	4,3%	-1,6%
X. Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané	0,4%	0,5%	0,6%	0,7%	0,7%	0,5%	+0,1%
XI. Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.	0,5%	0,7%	0,7%	0,7%	0,7%	0,9%	+0,5%
XII. Maladies de l'appareil génito-urinaire	1,7%	1,5%	1,4%	1,4%	1,5%	1,6%	-0,1%
XIII. Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	-0,0%
XIV. Certaines infections de la période périnatale	0,3%	0,3%	0,2%	0,2%	0,2%	0,2%	-0,1%
XV. Malformations congén. et anom. chromosomiques	0,4%	0,4%	0,3%	0,3%	0,3%	0,3%	-0,1%
XVI. Symptômes et états morbides mal définis	7,1%	7,1%	7,1%	6,9%	7,3%	7,3%	+0,2%
XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement	7,8%	7,8%	7,5%	7,0%	6,8%	6,1%	-1,7%
DECES TOUTES CAUSES CONFONDUES	100%	100%	100%	100%	100%	100%	/

¹⁶ Le taux standardisé de décès se calcule en pondérant les taux bruts de mortalité par la structure d'âge de la population de référence – Principaux indicateurs SC8 – INSERM - CépiDc.

Chez les femmes, les maladies de l'appareil circulatoire arrivent au premier rang avec 77.986 décès. Les tumeurs (62.020) représentent le second facteur de décès. Le cancer du sein (11.199 décès) est le plus fréquent suivi par le colon rectum, les leucémies et le poumon. Les accidents arrivent ensuite avec cinq fois plus "d'autres types d'accidents" tels que chutes, noyades, intoxications... que d'accidents de transport. La maladie d'Alzheimer (8.209 décès) occupe le 4e rang. Viennent ensuite le diabète, les démences, la pneumonie-grippe et le suicide.

Les moins de 15 ans sont peu concernés par les pathologies retenues

En 2004, 1.888 filles sont décédées en métropole. Un décès sur deux est expliqué par les affections de la période périnatale et des anomalies congénitales qui surviennent avant l'âge d'un an. Avec 152 décès, la part des tumeurs dans la mortalité féminine est de 8,1%.

Les 15-24 ans : une population à haut risque de mort violente

Les décès de jeunes femmes entre 15 et 24 ans sont au nombre de 994 en 2004. Les causes externes (principalement les accidents et les suicides) représentent 51% des décès à ces âges, mais près de quatre fois moins que chez les jeunes hommes. Les tumeurs (128 décès) constituent la deuxième grande cause.

Chez les 25-44 ans, les tumeurs prédominent chez la femme

Pour la population des femmes de 25-44 ans (6.134 décès), les tumeurs constituent la cause de décès la plus fréquente (un décès sur trois). Les principales localisations tumorales sont le poumon, le sein et les tissus lymphoïdes (leucémies). Les suicides représentent la deuxième cause de mortalité (822 décès). Les accidents (près de 600 décès) se répartissent également entre accidents de transport et autres types d'accidents. Les maladies cérébrovasculaires ont un poids deux fois plus élevé que chez les hommes.

Entre 45 et 64 ans, le cancer du sein est la première cause de décès chez la femme

Plus d'un décès sur deux (54%) est dû à une tumeur (cause de décès la plus fréquente). Le cancer du sein devient prédominant (3.587 décès) : 15% de la mortalité générale et plus d' 1/4 de la mortalité par tumeur (taux de 47,6 pour 100.000). Il est suivi par le cancer du poumon (1.930 décès). Ces deux types de cancers constituent les deux premières causes de décès à cet âge.

A partir de 65 ans, les maladies cardiovasculaires prédominent

La classe d'âge des 65 ans et plus enregistre 212.644 décès pour un taux de 3.123,9 / 100.000 habitants. Les accidents cardiovasculaires représentent près de 35% des décès de cette classe d'âge devant les tumeurs (22%). Le cancer du sein, en très forte augmentation, reste la première localisation des tumeurs (6.967 décès). Le taux de décès y est maximal pour ce risque (113,8 / 100.000), 15 fois supérieur à celui de la classe d'âge "25-44 ans". Les accidents autres que les accidents de transports prédominent également pour les femmes. Viennent ensuite la maladie d'Alzheimer (8.162 décès, taux de 120,5) et les démences (6.387 décès, taux de 84,9). Pour ce type de maladies, les décès concernent uniquement les femmes de 65 ans et plus. Le taux de décès par maladie d'Alzheimer est supérieur à celui du cancer du

sein. Les décès dus au diabète restent élevés avec un taux de 82,2 pour 100.000. Même si le nombre de suicides (791 décès) diminue par rapport à la classe d'âge précédente, le taux de décès n'en reste pas moins élevé (13,4/100.000).

3) Evolution de la mortalité sur la période 1979-2004

On observe une tendance à la diminution des taux de décès qui s'est renforcée depuis 2000 ainsi qu'une évolution de la structure des causes avec en particulier une progression du poids des pathologies cancéreuses. Dans ce contexte général, certaines causes ont une évolution contrastée, notamment les suicides qui ne régressent pas ou le cancer du poumon et la maladie d'Alzheimer qui progressent.

Evolution récente de la mortalité féminine entre 2000-2004

Au cours de l'année 2000, 258.810 décès de sexe féminin sont survenus en France métropolitaine. Entre 2000 et 2004, les maladies cardiovasculaires occupent toujours la première place, suivies par les tumeurs et des accidents. De 2000 à 2004, les accidents régressent considérablement, en particulier, les accidents de transport (-34%). Pour le cancer du sein, une forte baisse s'observe chez les 25-44 ans, alors que les taux de décès restent stables pour les autres tranches d'âge. La pneumonie-grippe, les démences, les maladies chroniques des voies inférieures respiratoires, les maladies du foie et de la cirrhose régressent sensiblement. En revanche, les décès par diabète diminuent peu, tandis que le suicide stagne. Certaines causes sont en augmentation comme les maladies du rein, le cancer du poumon ou du pancréas et la maladie d'Alzheimer.

Evolution à plus long terme entre 1979-2004

Cette étude est basée sur la mortalité féminine française pour les années 1979 à 2004. En vingt-six ans, les taux bruts de décès, toutes causes confondues, ont diminué de 15,9% en France métropolitaine (tableau 3 page suivante). Les comportements varient fortement selon la grande cause de décès. Les taux de décès par maladies cardiovasculaires ou les maladies de l'appareil digestif ont diminué de plus du tiers. La baisse est encore plus significative sur les causes liées aux complications de grossesse, aux maladies congénitales ou aux infections de la période périnatale. Les morts violentes diminuent régulièrement dans le temps (taux en baisse de plus du tiers entre 1979 et 2004). L'évolution des tumeurs a été différente. En 2004, les taux de décès féminins par tumeurs sont en légère hausse (+5,6%) et se rapprochent toujours un peu plus des taux de décès par maladies cardiovasculaires (1^{ère} cause de décès chez la femme). La hausse des taux de décès est nette pour les troubles mentaux (+147,3%), les méningites (+76,1%), les arthrites (+69,4). Cependant, même si les décès liés à ces 3 causes ont doublés entre 1979 et 2004, ils ne représentent encore que 10% de l'ensemble de la mortalité féminine.

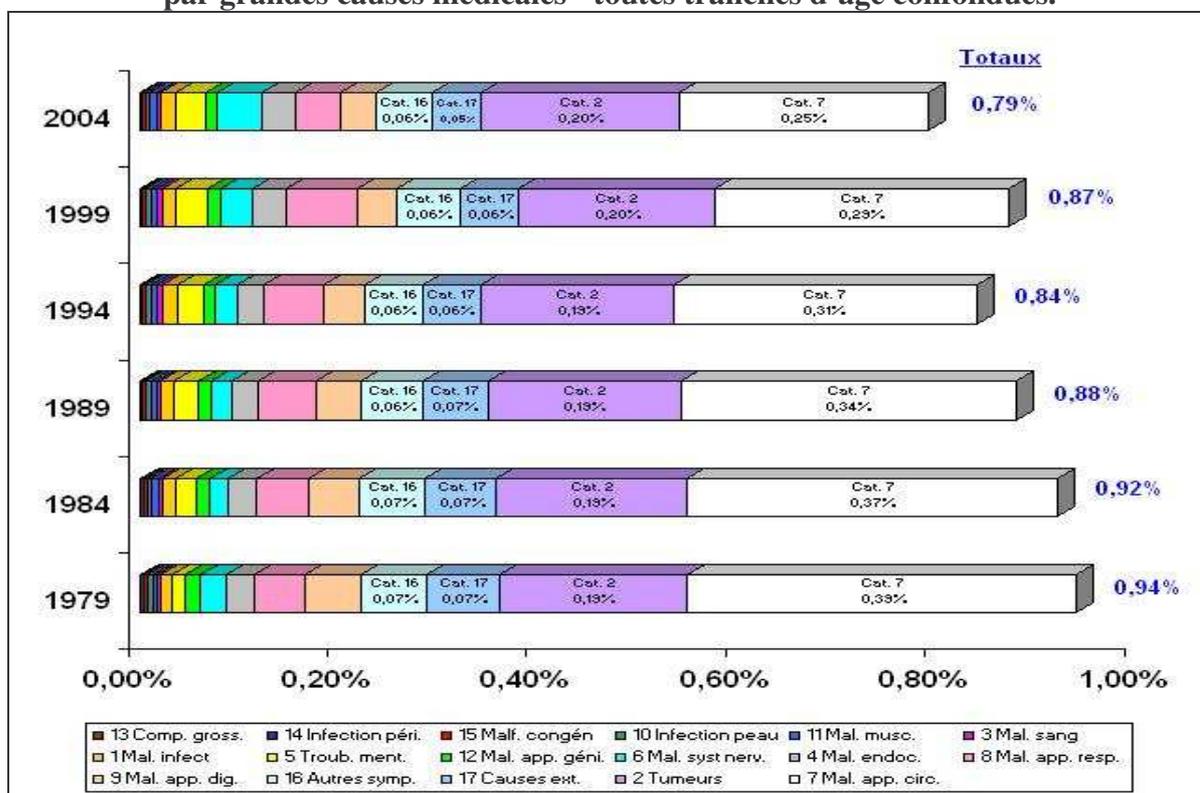
Tableau 3 : Sexe féminin - Evolution des taux bruts des 17 grandes causes de décès.

Maladies ou causes extérieures	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) *
	Evolution relative par pas de 5 ans					Evolution
	1984/1979	1989/1984	1994/1989	1999/1994	2004/1999	2004/1979
I. Maladies infectieuses et parasitaires	+2,9%	+11,6%	+20,5%	-19,8%	+17,8%	+30,8%
II. Tumeurs	+1,4%	+1,3%	-0,6%	+2,4%	+0,9%	+5,6%
III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques	+11,5%	-11,7%	+7,5%	+9,8%	-29,0%	-17,5%
IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.	-1,3%	-4,7%	+0,1%	+22,8%	+1,0%	+16,6%
V. Troubles mentaux et du comportement	+81,3%	+13,0%	+3,7%	+25,0%	-6,9%	+147,3%
VI. Maladies du syst. nerveux et des org. des sens	-27,9%	+11,0%	+8,6%	+47,8%	+37,1%	+76,1%
VII. Maladie de l'appareil circulatoire	-4,6%	-9,6%	-9,3%	-3,5%	-15,1%	-35,9%
VIII. Maladies de l'appareil respiratoire	+2,0%	+13,4%	+2,8%	+19,4%	-35,2%	-8,1%
IX. Maladies de l'appareil digestif	-7,6%	-14,7%	-7,5%	-2,7%	-13,9%	-39,0%
X. Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané	+12,8%	+4,1%	+17,4%	-1,3%	-26,1%	+0,6%
XI. Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.	+52,1%	-6,4%	-4,0%	+11,3%	+11,3%	+69,4%
XII. Maladies de l'appareil génito-urinaire	-16,6%	-10,0%	-0,8%	+9,9%	-4,8%	-22,2%
XIII. Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité	+15,4%	-41,4%	+24,8%	-34,8%	-6,8%	-48,7%
XIV. Certaines infections de la période périnatale	-25,7%	-17,6%	-1,9%	+3,0%	-3,4%	-40,3%
XV. Malformations congén. et anom. chromosomiques	-10,7%	-15,0%	-15,8%	-9,5%	-0,5%	-42,5%
XVI. Symptômes et états morbides mal définis	-1,2%	-5,4%	-6,6%	+9,4%	-9,1%	-13,2%
XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement	-2,5%	-7,6%	-10,4%	+0,2%	-19,1%	-34,6%
DECES TOUTES CAUSES CONFONDUES	-2,0%	-4,5%	-4,5%	+3,8%	-9,3%	-15,9%

* avec (6) = [1+(1)]*[1+(2)]*[1+(3)]*[1+(4)]*[1+(5)] - 1.

Pour relativiser le poids de chaque cause dans la mortalité féminine de métropole, le graphique suivant présente l'évolution de la répartition des décès entre 1979 et 2004 :

Graphique 1 : Répartition des taux de décès bruts moyens de sexe féminin en France par grandes causes médicales - toutes tranches d'âge confondues.



CHAPITRE II : METHODES DE CONSTRUCTION DES TABLES PROSPECTIVES

1) Présentation des modèles

1.1) Hypothèses de départ

En préalable, il faut préciser que ce modèle est décrit en temps continu. Tout naturellement, nous ferons donc l'hypothèse ici de "constance du taux instantané de mortalité μ_{xt} dans chaque carré du diagramme de Lexis". La liaison entre le taux de mortalité instantané μ_{xt} et le taux de mortalité brut q_{xt} est alors défini par la relation suivante :

$$\hat{\mu}_{xt} = -\ln(1 - \hat{q}_{xt})$$

Le diagramme de Lexis fait intervenir 3 mesures du temps :

- l'âge : x,
- la date d'observation : t,
- la génération (date de naissance) : t-x.

La représentation de la vie d'un individu dans un système à deux dimensions est réalisée de la façon suivante :

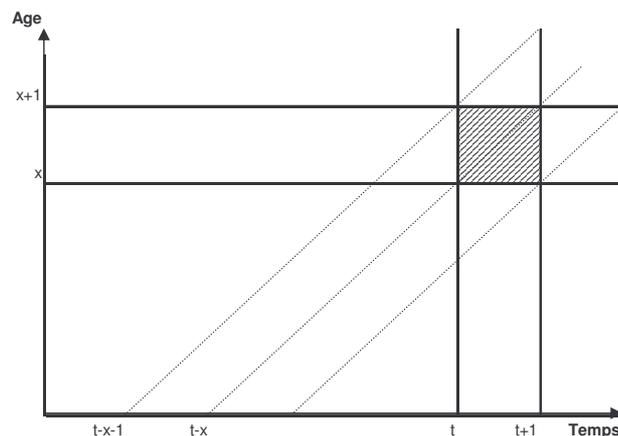


Figure 1 – Diagramme de Lexis

La vie d'un individu est représentée par une ligne parallèle à la première bissectrice. On isole, dans le schéma ci-dessus, les individus décédés à l'âge x (x à x+1) et pour l'année t (t à t+1) dans un carré. Les individus des générations t-x-1 et t-x ont donc le même taux de mortalité dans le carré sélectionné et avec l'hypothèse retenue.

1.2) Le modèle Lee-Carter standard

Le modèle de Lee-Carter décompose le logarithme du taux instantané de mortalité en deux composantes, l'une propre à l'âge et l'autre tendancielle. On écrit le modèle sous la forme suivante :

$$\ln \mu_{xt} = \alpha_x + \beta_x \cdot k_t + \varepsilon_{xt} \quad (1)$$

Le modèle de Lee-Carter a les caractéristiques suivantes :

- tout d'abord, on doit disposer d'un historique : $t_m \leq t \leq t_M$. L'analyse porte ici sur 26 années : $t_1 \leq t \leq t_{26}$ ou encore $t_{1979} \leq t \leq t_{2004}$.

- μ_{xt} représente le taux instantané de mortalité à la date t pour l'âge x ,

- α_x est la composante spécifique à l'âge x . Elle décrit le comportement moyen des $\ln(\mu_{xt})$ au cours du temps ;

- k_t décrit l'évolution générale de la mortalité. Afin de rendre identifiable le modèle, il convient d'ajouter une première contrainte :

$$\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t = 0$$

- β_x indique la sensibilité de la mortalité instantanée par rapport à l'évolution générale de la mortalité, soit l'écart des $\ln(\mu_{xt})$ par rapport à k_t . Ainsi, les âges pour lesquels les β_x sont élevés traduisent une plus grande sensibilité à l'évolution générale de la mortalité. Un des inconvénients du modèle de Lee-Carter est de supposer la constance au cours du temps de cette sensibilité. On doit également ajouter la contrainte suivante si on veut rendre le modèle identifiable :

$$\sum_{x=x_m}^{x=x_M} \beta_x = 1$$

- ε_{xt} est un terme d'erreur reflétant les particularités propres à un âge x ou à une année t non capturées par le modèle. Ce terme d'erreur est une suite de variables aléatoires indépendantes, identiquement distribuées selon une loi $N(0, \sigma^2)$.

Le critère d'optimisation retenu consiste à maximiser la variance expliquée par le modèle, ce qui équivaut à minimiser la variance des erreurs. L'estimation des paramètres est réalisée à partir d'un critère des moindres carrés :

$$(\hat{\alpha}_x, \hat{\beta}_x, \hat{k}_t) = \arg \min \sum_{x,t} (\ln \mu_{xt}^* - \alpha_x - \beta_x \cdot k_t)^2 \quad (2)$$

Ce programme d'optimisation non linéaire est résolu à l'aide de SASTM. Il faut remarquer que le nombre de paramètres à estimer est élevé. On a :

- Un modèle pour chacune des 17 grandes causes de décès,
- Pour chaque modèle : $2 \cdot (x_M - x_m + 1) + (t_M - t_m + 1)$ paramètres.

En considérant que l'analyse porte sur 12 classes d'âges, sur 17 grandes causes médicales de décès (plus une : le cumul des causes de décès) et sur un historique de 26 années (1979 à 2004), le nombre de paramètres à estimer est de :

$$[2 \times 12 + 26] \times 18 = 900 \text{ paramètres.}$$

Ce total aurait pu être décuplé en réalisant une étude pour tout âge (0 à 120 ans). Les calculs n'ont cependant pas été réalisés de cette façon car il est préférable de travailler directement sur les données brutes INSERM, disponibles uniquement par classes d'âge. On notera que les différentes classes seront, en fin d'analyse, redéployées âge par âge afin de construire les tables de mortalité prospectives. On se basera sur une hypothèse de croissance exponentielle des taux de décès entre deux classes d'âge. La relative lourdeur des estimations explique par ailleurs que l'analyse soit limitée au sexe féminin.

1.3) Le modèle Lee-Carter logistique

Cette variante du modèle de Lee-Carter permet d'éviter de recourir à l'hypothèse contestable (aux âges élevés) de constance des taux de mortalité instantanés dans chaque carré du diagramme de Lexis.

Ainsi, le modèle est directement écrit en temps discret en utilisant les "logits" des taux de décès bruts :

$$\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right) = \alpha_x + \beta_x \cdot k_t + \varepsilon_{xt} \quad (3)$$

Comme la transformation inverse de la fonction logistique est : $y \rightarrow \frac{e^y}{1+e^y}$, il est équivalent de poser :

$$q_{xt} = \frac{\exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)}{1 + \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)}$$

Ce modèle est similaire au modèle Lee-Carter standard en remplaçant les $\ln \mu_{xt}$ par

$\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right)$. Les autres caractéristiques de la modélisation Lee-Carter ne changent pas.

2. Décomposition par étapes

2.1) Estimation des paramètres

Le modèle (2) ne peut pas être ajusté par une simple régression linéaire, puisqu'il n'y a pas de variables observables dans le membre de droite. Néanmoins, une solution optimale au sens des moindres carrés existe et est fournie par la méthode de décomposition en valeurs singulières.

Cette solution est unique grâce aux contraintes : $\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t = 0$ et $\sum_{x=x_m}^{x=x_M} \beta_x = 1$.

La méthode Lee-Carter peut être décomposée de la façon suivante :

Etape 1 :

- Calcul des $\hat{\mu}_{xt}$ à l'aide des $\hat{\mu}_{xt} = -\ln(1 - \hat{q}_{xt})$ (modèle Lee-Carter standard),
- Cette étape ne concerne pas le modèle Lee-Carter logistique puisque l'on travaille directement sur les q_{xt} .

Etape 2 :

- Estimer les $\hat{\alpha}_x$. Les $\hat{\alpha}_x$ sont en fait les moyennes au cours du temps des $\ln \hat{\mu}_{xt}$ pour le modèle Lee-Carter standard :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \ln \hat{\mu}_{xt}$$

ou des $\ln\left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}}\right)$ pour le modèle Lee-Carter logistique :

$$\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \ln\left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}}\right)$$

Etape 3 :

- Modèle Lee-Carter standard : constituer pour chacune des grandes causes médicales de décès les matrices $Z = \{ z_{xt} \}$ dont chaque élément est donné par : $z_{xt} = \ln \hat{\mu}_{xt} - \hat{\alpha}_x$.

L'objectif est de décomposer chaque matrice Z en produit de 2 vecteurs de la forme :

$$Z \approx \hat{\beta} \cdot {}^t \hat{k} \quad (3)$$

Il s'agit d'une approximation déterminée par la recherche des valeurs propres de Z :

$$Z = \sum_{i \geq 1} \sqrt{\lambda_i} \cdot v_i \cdot {}^t u_i$$

- avec :
- $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq 0$ les valeurs propres de ${}^t Z Z$,
 - u_i le vecteur propre normé de ${}^t Z Z$ (${}^t u_i u_i = 1$),
 - v_i le vecteur propre associé à la même valeur propre pour $Z {}^t Z$.

L'approximation est alors réalisée sur la plus grande valeur propre λ_1 :

$$Z \approx \sqrt{\lambda_1} \cdot v_1 \cdot {}^t u_1 \quad (4)$$

Cette estimation est d'autant plus convaincante que le ratio $\lambda_1 / \sum \lambda_i$ sera grand.

En rapprochant les équations (3) et (4), nous obtenons les estimations de β et k :

$$\hat{\beta} = v_1 / \sum v_{1j} \quad \text{et} \quad \hat{k} = \sqrt{\lambda_1} \cdot (\sum v_{1j}) \cdot u_1$$

Si $\sum v_{1j} \neq 0$ alors on constate que les contraintes $\sum_{x=x_m}^{x=x_M} \beta_x = 1$ et $\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t = 0$ sont respectées.

→ Modèle Lee-Carter logistique : constituer pour chacune des grandes causes médicales de décès les matrices $Z = \{ z_{xt} \}$ dont chaque élément est donné par :

$$z_{xt} = \ln \left(\frac{q_{xt}}{1 - q_{xt}} \right) - \hat{\alpha}_x$$

La méthode de calcul des vecteurs β et k est identique au modèle Lee-carter standard.

➔ La résolution de cette étape fastidieuse passe, dans les 2 cas, par le recours à une procédure SASTM IML détaillée en annexe 3.

Etape 4 :

→ Cette étape consiste à ajuster les \hat{k}_t pour que le nombre total de décès enregistrés chaque année corresponde à celui prédit par le modèle. Cela revient à recalculer pour tout k la fonction:

$$F(k) = 0 = \sum_{x=x_m}^{x=x_M} L_{xt} \cdot \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot k) - \sum_{x=x_m}^{x=x_M} D_{xt} \quad \text{avec} \quad \hat{\alpha}_x \quad \text{et} \quad \hat{\beta}_x = \text{constante.}$$

La forme de F assure l'unicité de la racine. La résolution est obtenue par un algorithme de type Newton-Raphson. On obtient ainsi un vecteur \hat{k} .

La série des \hat{k}_t est ensuite corrigée, soit $k_{t_i}^*$, pour respecter la contrainte $\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t = 0$:

$$k_t^* = \hat{k}_t - \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \hat{k}_t$$

Les $\hat{\alpha}_x$ sont enfin recalculés avec les $\hat{\beta}_x$ et $\hat{k}_t = \text{constante}$:

$$\alpha_x^* = \hat{\alpha}_x + \frac{\hat{\beta}_x}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \hat{k}_t$$

2.2) Extrapolation de la composante temporelle

L'objectif est de réaliser des prévisions des taux de mortalité en prolongeant la série des $\{\hat{k}_t, t = 1979 \text{ à } 2004\}$ sur le très long terme (horizon jusqu'à 130 ans).

Plusieurs modèles ont été retenus selon l'allure de la série \hat{k}_t de chacune des 17 (+ 1) grandes causes médicales de décès :

2.2.1) Modèles de régression

L'ajustement des couples (t, k_t) est réalisé en choisissant la forme de la relation la plus adaptée parmi les 4 fonctions suivantes pour chacun des 18 groupes de causes médicales de décès :

	Fonctions	Allure de la courbe représentative
1)	$k_t = a.t + b + \varepsilon_t$	Croissance ou décroissance linéaire
2)	$k_t = a.lnt + b + \varepsilon_t$	Croissance ralentie sans asymptote ($a > 0$) Décroissance ralentie sans asymptote ($a < 0$)
3)	$k_t = a/t + b + \varepsilon_t$	Croissance ralentie avec asymptote ($a > 0$) Décroissance ralentie avec asymptote ($a < 0$)
4)	$k_t = b + c.a^t + \varepsilon_t$	Croissance ou décroissance non linéaire

Les k_t prenant des valeurs tantôt positives ou négatives, ces fonctions sont celles qui donnent les meilleurs résultats (R^2 maximum).

Les équations 2 et 3 sont facilement linéarisables par changement de variable.

L'équation 4 est de la même forme que celle retenue par Makeham pour le calcul des μ_x :

$$\mu_x = A + B.C^x \text{ avec } A > 0, B > 0 \text{ et } C > 1.$$

Cependant, l'objectif est totalement différent ici puisqu'il s'agit de réaliser une régression sur le temps. L'équation 4 est linéarisable une fois le paramètre a optimum déterminé. Sa fixation est réalisée par un algorithme de type Newton-Raphson avec pour objectif de maximiser la valeur de R^2 . On peut remarquer que l'équation 4 est utilisable pour la prévision si et seulement si $\underline{a} < \underline{1}$ (critère de stabilité des prévisions). Aucune contrainte n'est posée pour les valeurs de b et c . L'ajustement par l'équation 4 est presque toujours supérieur ou égal à celui obtenu par les 3 premières équations.

On notera que les fonctions en polynôme de type : $k_t = b + a.t + c.t^2 + d.t^3 + \dots + \varepsilon_t$ donnent bien souvent un ajustement aux données plus précis (R^2 supérieur) sur l'historique. Cependant, elles sont, pour la plupart, décevantes en matière de prévision à long terme.

2.2.2) Processus ARIMA

Pour chaque grande cause médicale de décès, un ensemble de processus ARIMA ont été analysés en parallèle des méthodes de régression exposées précédemment.

→ L'équation permettant d'ajuster au mieux la série des \hat{k}_t de chaque grande cause médicale de décès, est déterminée dans un premier temps en fonction de la valeur des coefficients de détermination R^2 de chacune des 4 équations précédentes ainsi que de l'analyse des courbes représentatives. Si R^2 est inférieur à 50%, on préférera dans la plupart des cas considérer la série des \hat{k}_t comme une série chronologique (avec ou sans différenciation).

Une modélisation de type ARIMA (pour AutoRegressive Integrated Moving Average) est réalisée en suivant la méthodologie proposée par Box et Jenkins¹⁷.

La étapes relatives à l'estimation des coefficients sont les suivantes pour tout processus ARIMA (p,d,q) :¹⁸

1) Identification :

- a) DFTEST : cette macro SASTM permet de déterminer d = le nombre (et le type) de différenciations nécessaires pour obtenir une série stationnaire. Cette macro réalise le test de Dickey & Fuller pour identifier l'ordre du coefficient d.

Ainsi, pour une différenciation de l'ensemble des observations à l'ordre 1 ($k_t - k_{t-1}$), on teste :

- H₀: la série des k_t présente une racine unitaire et n'est donc pas stationnaire ,
- H₁: la série des k_t est stationnaire.

En pratique, on regarde la p-value de ce test.

- b) LOGTEST : cette macro SASTM teste si une transformation logarithmique de la série est nécessaire. Cette étape n'est pas appropriée pour la série des k_t en raison de valeurs négatives.
- c) Détermination simultanée de p et q : ce sont les paramètres respectifs des processus AR et MA. Il est vivement conseillé de tester à ce stade plusieurs modèles ARIMA. Cette étape est réalisée en consultant les sorties SASTM ETS :

Graphiques : autocorrélogramme (ACF), autocorrélogramme inverse (IACF) et autocorrélogramme partiel (PACF).

¹⁷ BOX & JENKINS [1970]. Time series analysis, forecasting and control.

¹⁸ BROCKLEBANK J., DICKEY D. [1994/2007]. Forecasting Techniques Using SAS/ETS® Software. SAS Institute.

→ Pour le choix du modèle AR(p), on doit avoir une décroissance exponentielle sur l'ACF et les coefficients deviennent non significatifs à partir du rang p sur le PACF.

→ Pour le choix du modèle MA(q), on doit avoir une décroissance exponentielle sur le PACF et les coefficients deviennent non significatifs à partir du rang q sur l'ACF. La démarche est donc symétrique à celle de l'AR(p).

- d) Tests: un test est réalisé pour chacun des modèles pour s'assurer que la série n'est pas un bruit blanc (mais que les résidus en suivent bien un). D'autres tests sont envisageables (test de normalité des résidus, ...) en fonction du paramétrage des options des procédures SAS™.

2) Estimation:

Cette seconde phase de la procédure ARIMA permet d'estimer les paramètres des modèles retenus.

a) Choix du modèle à estimer :

Par défaut, il s'agit d'une évaluation non linéaire des paramètres tel que :

$$\text{Min} \sum_{t=k+1}^n \varepsilon_t^2 = \text{Min} \sum_{t=k+1}^n SSE \text{ (sum of square errors) avec } p = \text{ordre de l'AR}(p)$$

En pratique, on retient le modèle pour lequel les 2 statistiques suivantes sont minimales :

- AIC pour "Akaike's Information Criterion" :

$$AIC = n \cdot \ln(SSE / n) + 2 \cdot k$$

- SBC (ou BIC) pour "Schwarz's Bayesian Information Criterion" :

$$SBC = n \cdot \ln(SSE / n) + k \cdot \ln(n).$$

R: avec $k = p$ ou q ou $p+q$ selon les composantes respectives AR, MA ou ARMA.

b) Equations des modèles ARIMA :

L'écriture d'un modèle ARIMA est spécifique :

11) Modèle autorégressif :

Précisons tout d'abord les notations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu = \text{la moyenne de la série des } k_t, \\ \alpha_1 = \text{le premier paramètre du modèle autorégressif,} \\ \alpha_p = \text{le paramètre d'ordre } p \text{ du modèle autorégressif,} \\ \varepsilon_t = \text{le bruit blanc.} \end{array} \right.$$

- AR(p=1) :

$$k_t - \mu = \alpha_1(k_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

$$\Leftrightarrow k_t = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \alpha_1 B)(k_t - \mu) = \varepsilon_t \text{ en notation Backshift}$$

$$\text{avec } B^1 k_t = k_{t-1}$$

- AR(p) :

$$(1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p)(k_t - \mu) = \varepsilon_t$$

$$\Leftrightarrow k_t = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1} + \alpha_2 k_{t-2} + \dots + \alpha_p k_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

On notera que si $|\alpha_i| < 1$ alors la série peut être considérée comme stationnaire.

12) Modèle moyenne mobile :

Précisons tout d'abord les notations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_0 = \text{la constante,} \\ \theta_1 = \text{le premier paramètre du modèle moyenne mobile,} \\ \theta_q = \text{le paramètre d'ordre } q \text{ du modèle moyenne mobile,} \\ \varepsilon_t = \text{le bruit blanc pour l'année } t, \\ \varepsilon_{t-1} = \text{le bruit blanc pour l'année } t-1, \end{array} \right.$$

- MA(q=1) :

$$k_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

$$\Leftrightarrow (k_t - \theta_0) = (1 - \theta_1 B) \varepsilon_t \text{ en notation Backshift}$$

$$\text{avec } B^1 \varepsilon_t = \varepsilon_{t-1} \text{ et } \theta_0 \approx \mu \text{ du modèle AR.}$$

- MA(q) :

$$k_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

$$\Leftrightarrow (k_t - \theta_0) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

13) Modèle ARMA(p,q) :

$$k_t = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1} + \alpha_2 k_{t-2} + \dots + \alpha_p k_{t-p} - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t$$

$$\text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$\Leftrightarrow (1 - \alpha_1 B - \alpha_2 B^2 - \dots - \alpha_p B^p)(k_t - \mu) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) \varepsilon_t$$

14) Modèle ARIMA(p,d,q) :

Ce modèle est un ARMA avec différenciation de la série des k_t . Le degré de différenciation dépend du résultat de l'étape DFTEST (voir ci-dessus).

L'objectif est d'obtenir une série stationnaire, c'est-à-dire :

$$\underline{\mu_t = \mu} \text{ et } \underline{\sigma_t^2 = \sigma^2} \text{ quelque soit l'année } t.$$

Sur certaines grandes causes médicales de décès, nous aurons à calculer la différence première pour toutes les observations de la série des k_t :

$$k_t - k_{t-1} \Leftrightarrow (1 - B)k_t$$

Cette étape peut améliorer significativement le processus ARIMA. On remarquera que cette opération fait perdre une observation pour l'estimation des paramètres.

c) Tests de validation :

Dans les sorties SASTM, on s'assure que :

- les paramètres estimés sont significatifs (p-values qui tendent vers 0),

R : en raison de la contrainte $\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t = 0$, on ne peut obtenir qu'une valeur de μ proche de 0.

- l'hypothèse de bruit blanc des résidus est valide (p-values qui tendent vers 1).

3) Prévisions :

L'étape Forecast de la proc ARIMA permet de générer automatiquement avec le modèle retenu les prévisions des k_t à un horizon H fixé avec les intervalles de confiance au seuil de risque de 5%. Ces résultats ont bien entendu été contrôlés avec l'équation du modèle.

2.2.3) Choix du modèle de prévision à long terme

Il convient de sélectionner pour chaque grande cause médicale de décès le modèle utilisant le moins de paramètres et ayant le meilleur comportement en matière de prévision.

Pour la prévision à long terme, il y a lieu de se demander si un modèle ARIMA est adéquat. On évitera ainsi autant que possible le recours à un MA(1) puisqu'on ne peut prédire qu'à t+1 : la prévision de ε pour t+1, t+2, ... est en effet égale à 0.

Ce constat nous amène à privilégier les modèles en régression des k_t sur le temps t. Le cas échéant, en présence de résultats non probants ($R^2 < 50\%$ par principe), un processus ARIMA est en principe préférable.

Un recul de 26 années sur l'évolution des k_t ne nous permet pas en principe de réaliser des projections sur un horizon lointain. Ainsi, le choix d'une modèle de prévision des k_t est réalisé en s'assurant de la cohérence des prévisions à chaque étape de la modélisation Lee-Carter et en raison de la profusion de données brutes ou calculées. Cette analyse est effectuée pour chacune des 17 grandes causes médicales de décès comme sur le cumul de l'ensemble des causes. L'objectif est, à l'image de la prise en compte des avis d'expert sous forme de contraintes (même si ce n'est pas le cas ici), de rester objectif sur l'évolution potentielle de l'espérance de vie des femmes à long terme.

3. Fermeture des tables

Cette question intervient une fois les μ_{xt} (Lee-Carter standard) et q_{xt} (Lee-Carter logistique) redéployés par âges. Ces coefficients sont positionnés dans un tableau avec les âges en lignes (0 à 120 ans) et les générations en colonnes (1900 à 2008). La fermeture des tables est donc la dernière étape avant finalisation des tables prospectives de génération femme.

Pour obtenir des tableaux rectangulaires, nous sommes confrontés à l'estimation des taux bruts de mortalité aux grands âges. Les valeurs brutes estimées au-delà de 80-85 ans sont en général instables.

Deux méthodes ont été retenues dans cette étude :

- Fermeture par la méthode de Coale et Kisker :

→ Cette méthode est appropriée au modèle Lee-Carter standard car elle est basée sur un recalcul des taux instantanés de mortalité μ_{xt} .

- Fermeture par une régression exponentielle :

$$q_x = a \times \exp(b.x) \text{ avec } x \in [85 ; 120]$$

→ Cette méthode est préférable pour le modèle Lee-Carter logistique car il s'appuie sur les taux bruts de mortalité q_{xt} . La méthode de Coale et Kisker impose de passer par les μ_{xt} via l'hypothèse contestable de constance de la fonction de hasard dans chaque carré du diagramme de Lexis :

$$\hat{\mu}_{xt} = -\ln(1 - \hat{q}_{xt}) \Leftrightarrow \hat{q}_{xt} = 1 - \exp(-\hat{\mu}_{xt})$$

R: A l'âge ultime, on a : $\hat{\mu}_{120} = 1 \Rightarrow \hat{q}_{120} = 1 - \exp(-1) \# 63,2\%$ contre 100% attendus pour clore la table. Pour obtenir un taux brut de décès à 100% à 120 ans, il faudrait que $\hat{\mu}_{120} \approx 19$, ce qui nous oriente naturellement vers une fermeture de type exponentielle pour le modèle Lee-Carter logistique.

3.1) Fermeture pour le modèle Lee-Carter standard

Nous avons retenu la méthode proposée par Coale et Kisker [1990] pour extrapoler les taux de mortalité aux âges élevés. Il s'agit de travailler sur les taux instantanés de mortalité μ_{xt} jusqu'à l'âge de 120 ans. Cette limite a également été choisie par souci de cohérence avec les nouvelles tables prospectives françaises TGH et TGF 2005 et ainsi faciliter (a priori) les comparaisons.

Ce choix se traduit donc pour les femmes par : $\hat{\mu}_{120} = 1$

Cette méthode part de la formulation suivante :

$$\text{Pour toute génération } t : \quad \hat{\mu}_x = \hat{\mu}_{65} \times \exp(g_x \times (x - 65))$$

où g_x désigne le taux moyen de croissance de μ_x entre 65 et x ans.

Coale et Kisker ont remarqué que les courbes des g_x possèdent en principe un maximum aux alentours de 80 ans avant de décroître linéairement. Ils ont ainsi posé l'équation ci-dessous :

$$g_x = g_{80} + s(x - 80) \text{ avec } x \geq 80.$$

Cela conduit à :

$$\hat{\mu}_{120} = \hat{\mu}_{79} \times \exp\left[\sum_{x=80}^{120} g_{80} + s(x - 80)\right] = 1$$

On en déduit la solution pour les âges supérieurs à 80 ans :

$$\boxed{\hat{\mu}_x = \hat{\mu}_{x-1} \times \exp(g_{80} + s(x - 80))} \text{ avec } x \in \{80, \dots, 119\}$$

On utilise les valeurs de paramètres suivantes :

$$s = -\frac{\ln\left(\frac{\hat{\mu}_{79}}{\hat{\mu}_{120}}\right) + (120 - 80 + 1)g_{80}}{\sum_{x=80}^{120} (x - 80)} \text{ soit } s = -\frac{\ln(\hat{\mu}_{79}) + 41g_{80}}{820}$$

$$\text{avec : } \hat{\mu}_{120} = 1 \text{ et } g_{80} = \frac{1}{15} \ln\left(\frac{\hat{\mu}_{80}}{\hat{\mu}_{65}}\right)$$

3.2) Fermeture pour le modèle Lee-Carter logistique

Une équation simple de type exponentielle est retenue pour ce modèle¹⁹ :

$$q_x = a \times \exp(b.x) \text{ avec } x \in [85 ; 120]$$

Les paramètres a et b sont déterminés à partir de 2 points : x = 85 ans et x = 120 ans. A l'âge ultime, on a : $\hat{q}_{120} = 1$. La résolution pratique est similaire pour toute année t.

Enfin, compte tenu de l'impact des facteurs d'actualisation en particulier, on remarquera que la méthode de fermeture n'a qu'une importance relative sur les calculs de rentes viagères sauf à des âges très élevés (voir PLANCHET et THEROND [2006]).

4. Limites des méthodes Lee-Carter

Le modèle repose sur les moindres carrés ordinaires, ce qui nécessite des résidus vérifiant l'hypothèse d'homoscédasticité : les erreurs ε_{xt} sont supposées de même variance σ^2 . L'homoscédasticité des taux de mortalité constitue une hypothèse peu réaliste. En effet, en raison notamment de la baisse des effectifs de survivants, les taux de décès sont plus volatiles aux âges avancés.

Dans cette étude, les nombres de décès de sexe féminin sont faibles (voire nuls) pour certaines grandes causes médicales et pour certaines classes d'âge. Dans ces cas de figure, nous sommes également confrontés à la non-constance de la variance σ^2 .

Une critique a été formulée par Gutterman et Vanderhoof [1999] car le modèle de Lee-Carter s'appuie uniquement sur un historique de taux bruts de mortalité. Il n'intègre donc pas les progrès attendus de la médecine, ce qui biaise les prévisions de mortalité sur le long terme.

Des modèles de type Log-Poisson²⁰ (non traités dans ce dossier) permettent d'éviter de recourir à l'hypothèse d'homoscédasticité des résidus. Ils ont également l'avantage de permettre l'estimation des paramètres selon les critères du maximum de vraisemblance. En définitive, le modèle poissonnien a beaucoup de points communs avec le modèle Lee-Carter. Il ne donne pas des résultats significativement différents de ce dernier. Il a aussi des inconvénients puisqu'il peut surestimer la mortalité à certains âges et n'anticipe pas les progrès sanitaires et sociaux attendus (changement de mode de vie, hygiène, baisse de la pénibilité du travail, ...) sous forme de contrainte.



¹⁹ PLANCHET F. [2007] – “Modèles prospectifs de mortalité avec dérive contrainte”.

²⁰ BROUHNS N., DENUIT M. VERMUNT J.K. [2002] - “A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables”.

CHAPITRE III :

MODELISATIONS LEE-CARTER DES TAUX BRUTS DE DECES PAR GRANDES CAUSES

Dans ce chapitre, notre objectif est d'appliquer les modèles Lee-Carter standard et logistique aux données par grandes causes médicales de décès. Après une présentation des spécificités de l'analyse, nous détaillerons étape par étape les résultats obtenus. Au final, des tables féminines par génération seront réalisées pour chacune des deux modélisations étudiées.

1) Mise en oeuvre de la méthode Lee-Carter

1.1) Particularités d'une analyse par grandes causes médicales de décès :

En préambule à la modélisation, il convient de préciser les caractéristiques des données analysées : taux moyens bruts de décès q_{xt} de sexe féminin pour 17 grandes causes médicales de décès, disponibles pour les années 1979 à 2004 et sur 12 classes d'âge.

Ces données ont les contraintes suivantes :

→ Dans une analyse par grandes causes de décès, les sinistres sont disponibles par classes d'âge. L'INSERM a préféré travailler sur un regroupement d'âges pour éviter des variations importantes et aléatoires d'une période à l'autre pour des causes à nombre de sinistres limités. On obtient ainsi des taux moyens bruts de mortalité par classe d'âge qu'il faudra redéployer en fin d'analyse avant construction des tables prospectives.

→ Le calcul des $\ln \hat{\mu}_{xt}$ nécessite des $\hat{\mu}_{xt} > 0$. Or, pour 7 des 17 grandes causes médicales de décès analysées, nous sommes en présence de classes d'âge à effectif nul ou avec des valeurs nulles pour certaines années t. Si la méthode Lee-Carter n'est pas impactée en présence de lignes nulles ($\alpha_x = 0$ et $\beta_x = 0$), il en va autrement en cas de classes d'âge avec des "trous" pour les années t sans sinistre. Ces situations imposent les modifications suivantes dans la méthodologie Lee-Carter :

a) pour $\hat{\mu}_{xt} = 0$, les $\ln \hat{\mu}_{xt}$ ne sont pas calculés,

b) Les $\hat{\alpha}_x$ définis par : $\hat{\alpha}_x = \frac{1}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \ln \hat{\mu}_{xt}$ sont remplacés par :

$$\hat{\alpha}_x'' = \text{moyenne} \left(\sum_{t=t_m}^{t=t_M} \ln \hat{\mu}_{xt} \right) \text{ avec } \hat{\mu}_{xt} > 0.$$

Les β_x et k_t sont également calculés sur les $\hat{\mu}_{xt} > 0$. Les calculs des $\hat{\mu}_{xt}$ par la modélisation Lee-Carter sont donc réalisables mais biaisés à ce stade.

La correction est réalisée à deux niveaux :

1) Sur les 26 années d'historique :

Il faut préciser que les classes d'âge et causes concernés par un nombre de décès nuls sont peu significatives : 0,1% à 0,3% du total des décès constatés selon l'année t. L'adéquation aux données est bonne puisque les calculs ne sont pas réalisés pour les $\hat{\mu}_{xt}$ nuls. Une correction est toutefois réalisée en ajustant les décès prédits par le modèle sur ceux constatés en France via la fonction $F(k) = 0$ décrite au chapitre 2 :

$$F(k) = 0 = \sum_{x=x_m}^{x=x_M} L_{xt} \cdot \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot k) - \sum_{x=x_m}^{x=x_M} D_{xt} \text{ pour chaque grande cause.}$$

2) Sur les prévisions à long terme :

Les prévisions obtenues sont multipliées par la "probabilité pour une classe d'âge donnée de ne pas avoir de taux brut de mortalité nul", P_x^\ominus :

$$P_x^\ominus = \frac{\sum_t 1_{[q_{x,t} > 0]}}{26}$$

Ainsi, les taux de mortalité prévisionnels sont ajustés de la façon suivante :

a) Modèle Lee-Carter standard :

$$- \hat{\mu}_{xt} = \exp(\alpha_x + \beta_x \times k_t) \times P_x^\ominus$$

b) Modèle Lee-Carter logistique:

$$- \hat{q}_{xt} = \frac{\exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)}{1 + \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)} \times P_x^\ominus$$

Dans la grande majorité des cas, $P_x^\ominus = 1$ et les $\hat{\mu}_{xt}$ et \hat{q}_{xt} ne sont pas impactés. Pour $P_x^\ominus < 1$, la survenance aléatoire des q_{xt} nuls implique, dans la méthode Lee-Carter standard, des taux instantanés de mortalité estimés $\hat{\mu}_{xt}$ plus faibles pour chaque année de prévision t. Au final, les $\hat{\mu}_{xt}$ du cumul des causes médicales de décès ne sont pas impactés.

→ Dans la chapitre 2, on a précisé que le modèle Lee-Carter s'ajuste d'autant mieux aux données que le ratio de la plus grande valeur propre sur la somme des valeurs propres $\lambda_1 / \sum \lambda_i$ est élevé. Pour la plupart des causes de décès, ce ratio est inférieur à 50%. L'ajustement aux décès réels via la fonction $F(k)$ permet de compenser en grande partie le biais. Cependant pour 4 catégories de causes de décès (n°1, 3, 10 et 11) on est en présence de fonctions : $F(k) \neq 0$. L'écart est cependant négligeable en

nombre : 3 088 décès sur 26 ans (soit 0,05% du total des décès constatés) dans le modèle Lee-Carter standard et 3 066 décès sur 26 ans (soit 0,05% du total des décès constatés) dans le modèle Lee-Carter logistique.

Le tableau suivant indique les ratios obtenus pour chacune des grandes causes médicales de décès de sexe féminin comme sur le total des causes cumulées.

Tableau 1 : Ratios d'inertie de l'approximation $Z \approx \hat{\beta} \cdot k$

Ratios $\lambda_i / \sum \lambda_i$	Modèle Lee - Carter standard	Modèle Lee - Carter logistique	Ratios $\lambda_i / \sum \lambda_i$	Modèle Lee - Carter standard	Modèle Lee - Carter logistique
Cat 1	31,677%	31,673%	Cat 10	21,694%	21,693%
Cat 2	39,636%	39,600%	Cat 11	25,169%	25,168%
Cat 3	30,233%	30,231%	Cat 12	30,871%	30,868%
Cat 4	28,549%	28,539%	Cat 13	46,448%	46,448%
Cat 5	26,671%	26,722%	Cat 14	48,774%	48,770%
Cat 6	39,699%	39,739%	Cat 15	28,491%	28,491%
Cat 7	42,174%	42,149%	Cat 16	43,415%	43,403%
Cat 8	41,313%	41,276%	Cat 17	60,236%	60,203%
Cat 9	38,445%	38,438%	Total	59,361%	58,403%

Comme on peut le constater, le modèle Lee-Carter logistique donne des résultats très proches de la méthode standard. En effet, les calculs sont effectués en remplaçant les $\ln(\hat{\mu}_{xt})$ par les

$\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right)$. En particulier, on constate qu'il n'y a pas de différence significative dans les représentations graphiques des paramètres. C'est pour cette raison que, dans les étapes suivantes, nous exposerons essentiellement les résultats issus du modèle Lee-Carter standard.

1.2) Etape 1 : Calcul des $\hat{\mu}_{xt}$

Les données de bases de l'étude : q_{xt} pour chaque grande cause médicale de décès sont rappelés en annexe 2.

Cette étape concerne exclusivement la méthode Lee-Carter standard. Pour calculer les $\hat{\mu}_{xt}$, on fait l'hypothèse de constance des taux instantanés de mortalité dans chaque carré du diagramme de Lexis. On remarquera que les $\hat{\mu}_{xt}$ sont significativement différents des q_{xt} pour des valeurs de $q_{xt} \geq 10\%$, soit pour les classes d'âge [85-94 ans] et [95 ans et +]. Ces biais seront corrigés lors de la fermeture des tables.

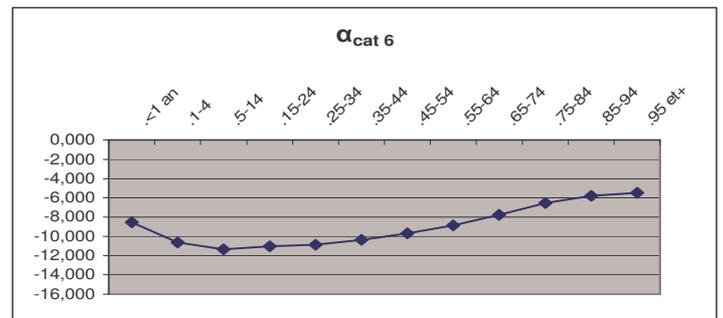
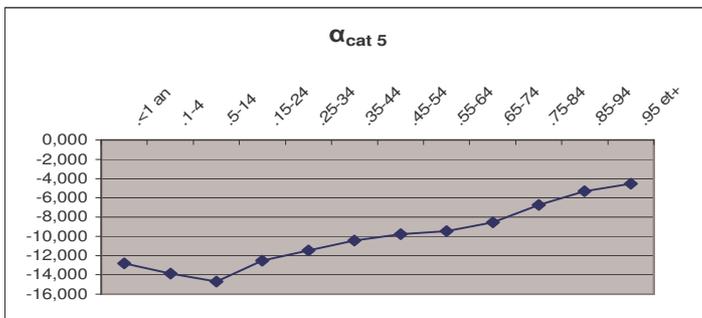
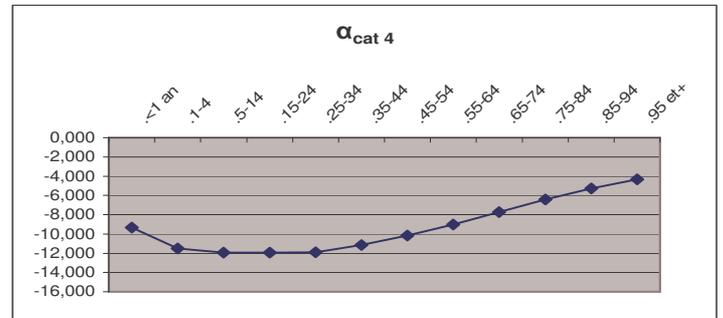
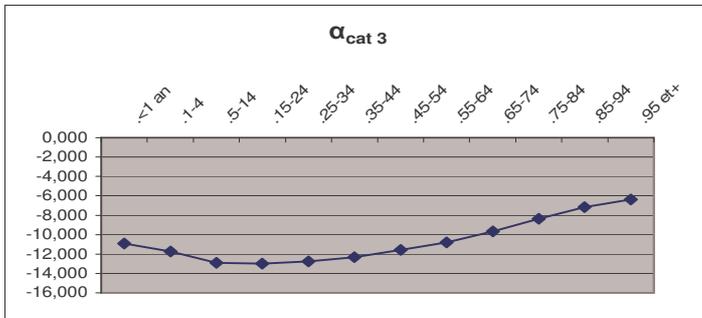
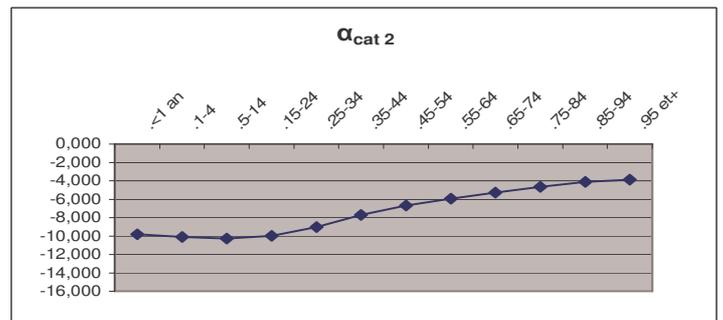
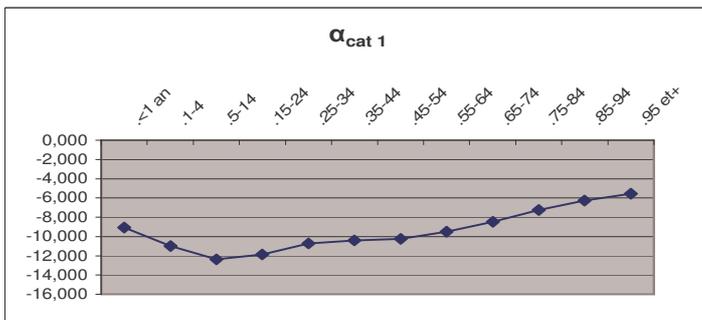
1.3) Étape 2 : Calcul des $\ln \hat{\mu}_{xt}$, des $\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right)$ et des $\hat{\alpha}_x$

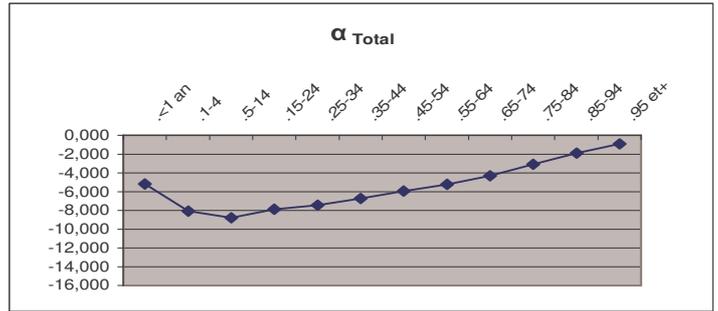
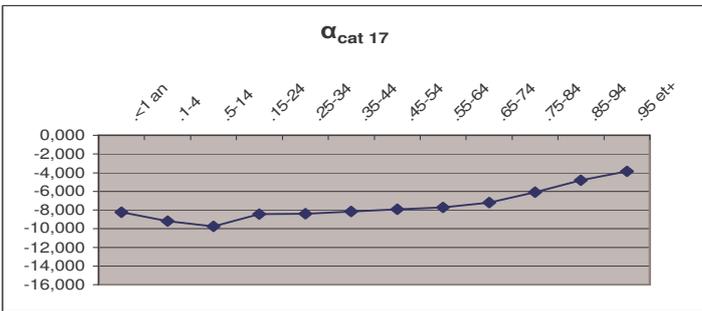
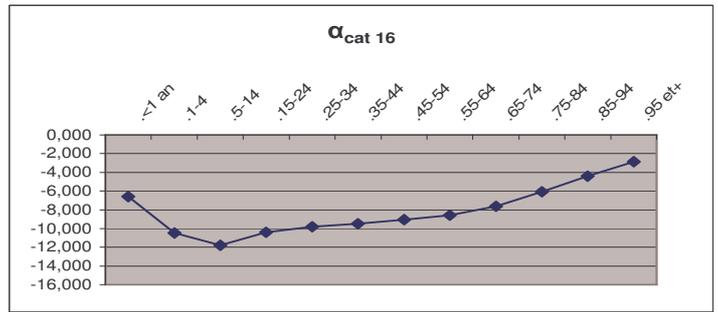
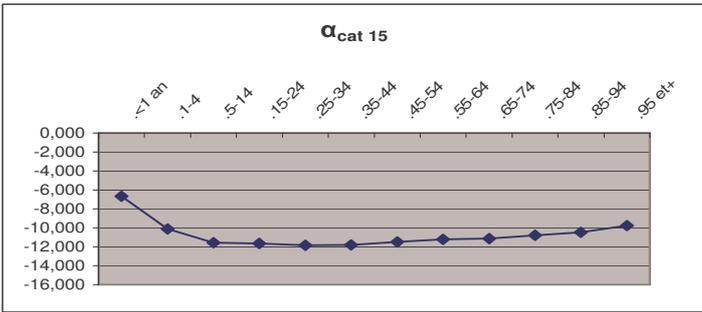
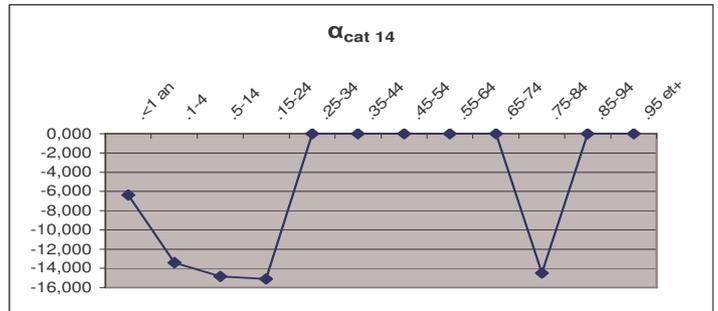
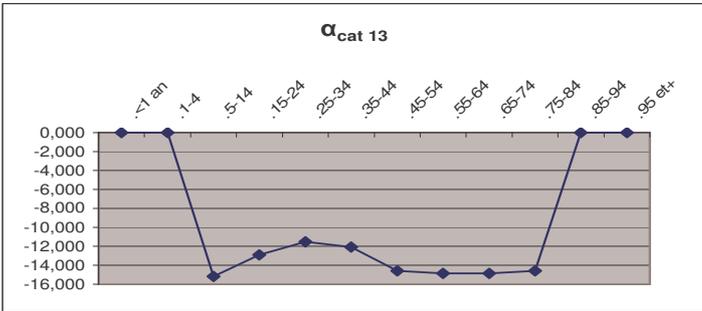
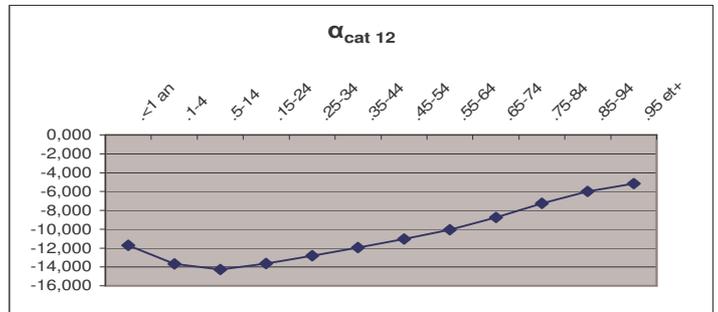
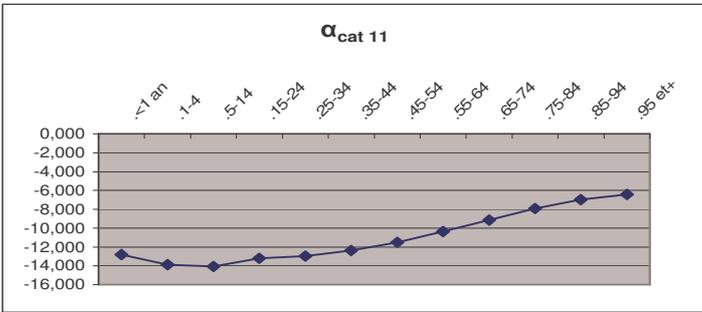
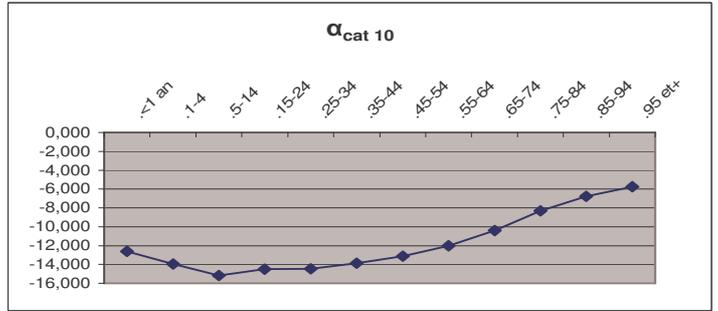
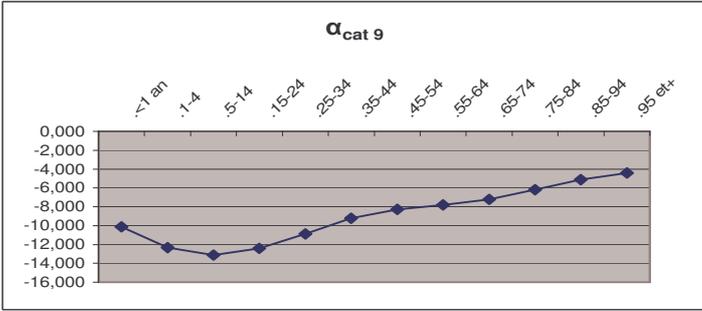
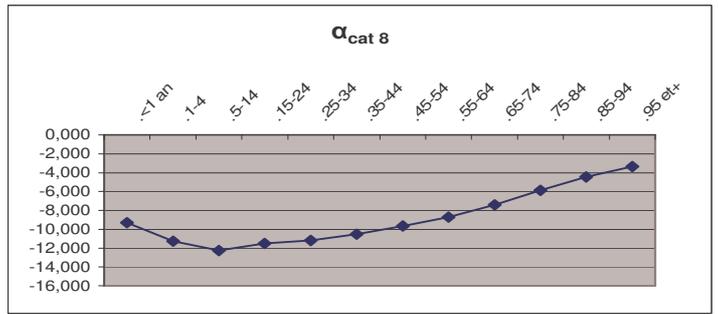
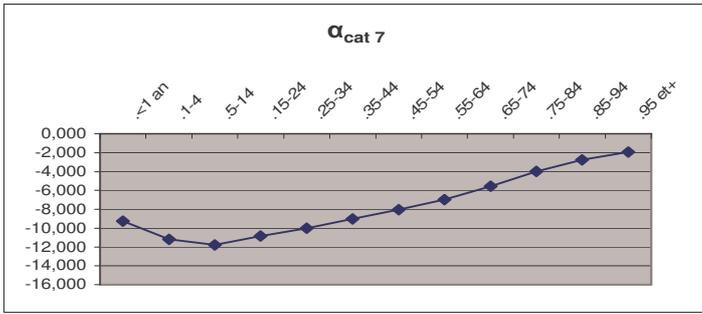
→ Par définition, les $\ln \hat{\mu}_{xt}$ ne sont pas calculés pour les $\hat{\mu}_{xt}$ nuls.

→ Dans le modèle Lee-Carter logistique, les $\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right)$ ne sont pas calculés pour les q_{xt} nuls.

Les $\hat{\alpha}_x$ sont par définition les moyennes dans le temps des $\ln \hat{\mu}_{xt}$.

Les $\hat{\alpha}_x$ obtenus dans le modèle Lee-Carter standard sont représentés ci-dessous pour chacune des 18 catégories de causes médicales de décès, avec une échelle des ordonnées uniformisée pour mieux visualiser les spécificités :





Si l'on considère que la courbe des $\hat{\alpha}_x$ du total des causes de décès (α_{Total}) est celle de référence, on constate que la tendance est décroissante jusqu'à l'âge de 5 ans puis croît de façon linéaire jusqu'à l'âge ultime. Cette observation n'est pas vraie pour les catégories n°13 (complications de grossesse) et n°14 (affections dans la période périnatale) qui sont bien entendu particulières. Pour les autres grandes causes, la tendance générale est assez bien suivie même si les valeurs des $\hat{\alpha}_x$ diffèrent sensiblement.

R: Dans le modèle Lee-Carter logistique, les $\hat{\alpha}_x$ sont une moyenne pondérée des $\ln\left(\frac{q_{xt}}{1-q_{xt}}\right)$

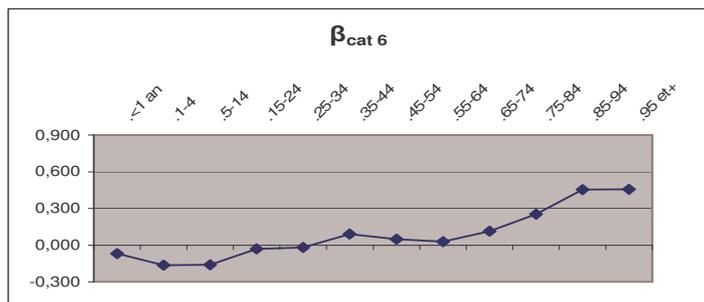
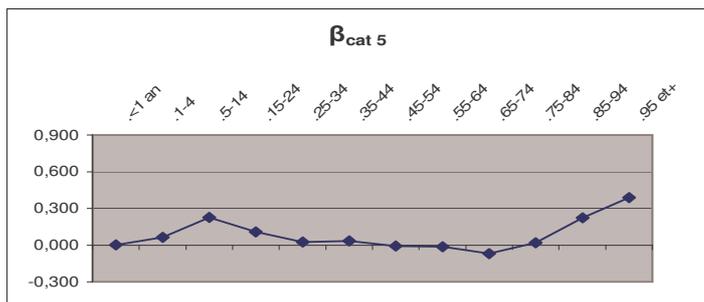
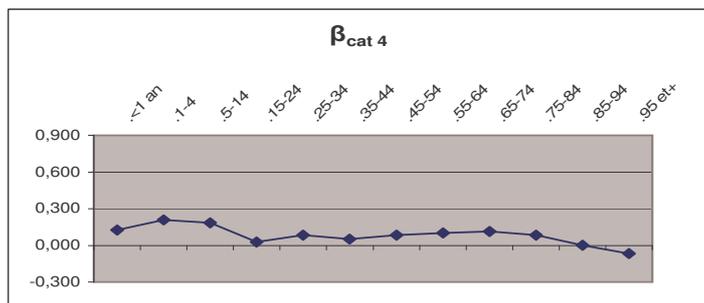
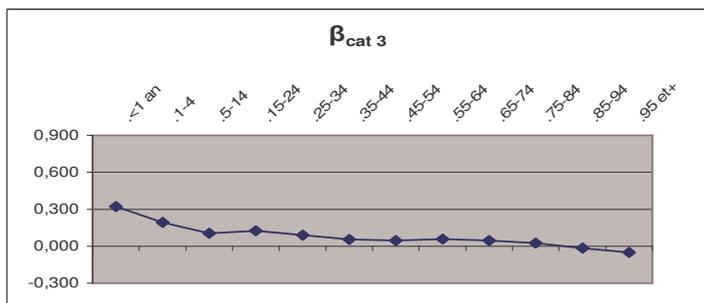
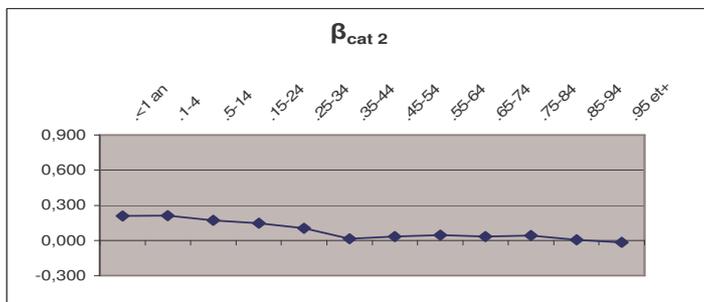
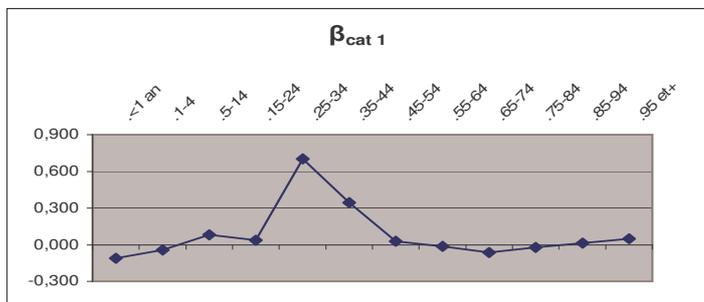
et n'ont pas été représentés car ils sont très proches de ceux de la méthode standard (courbes quasi-confondues).

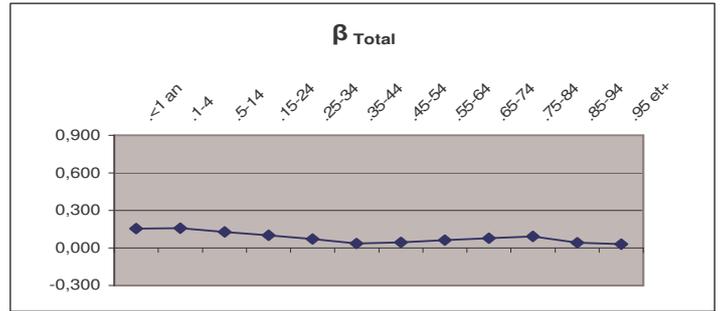
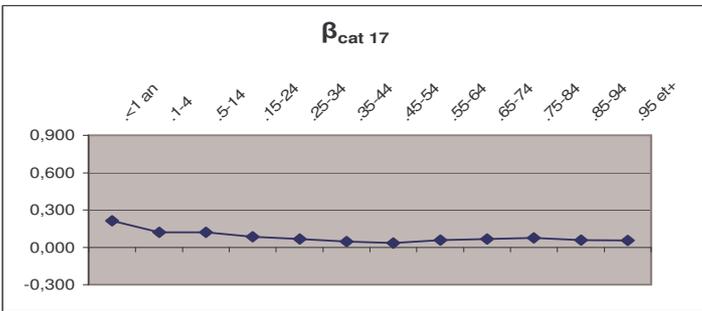
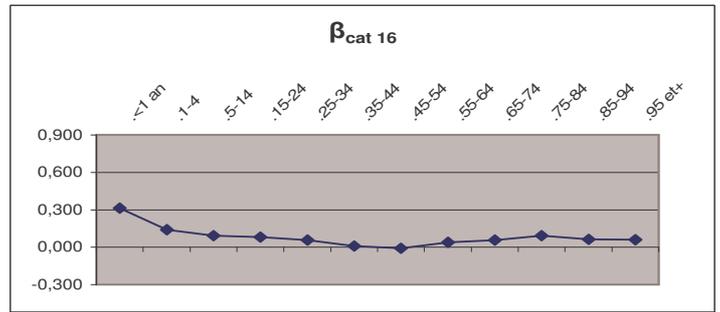
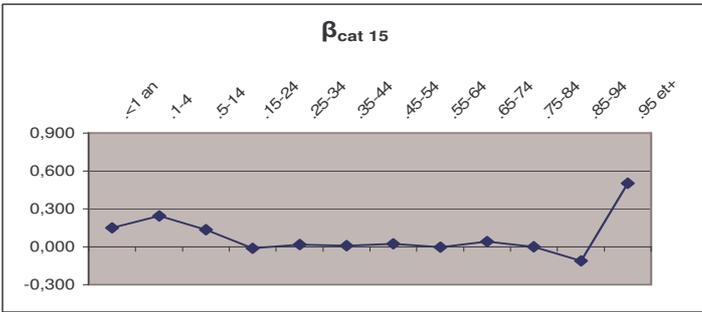
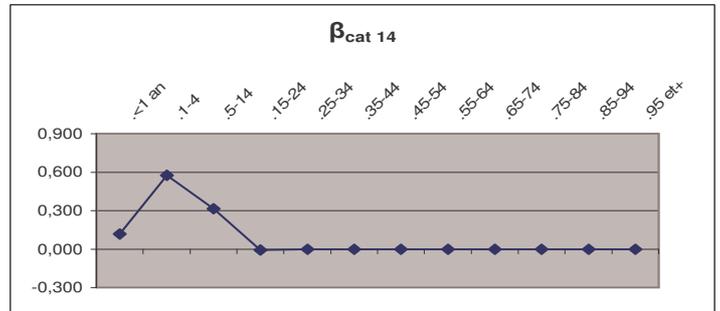
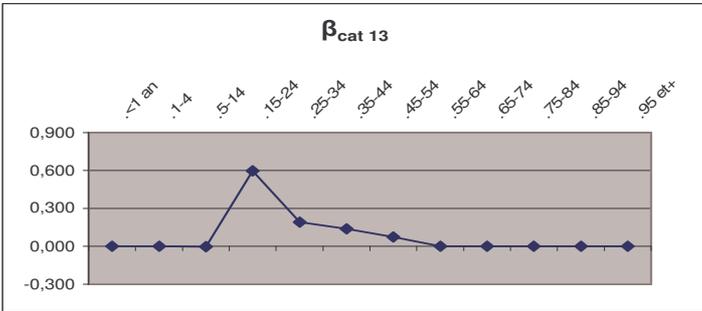
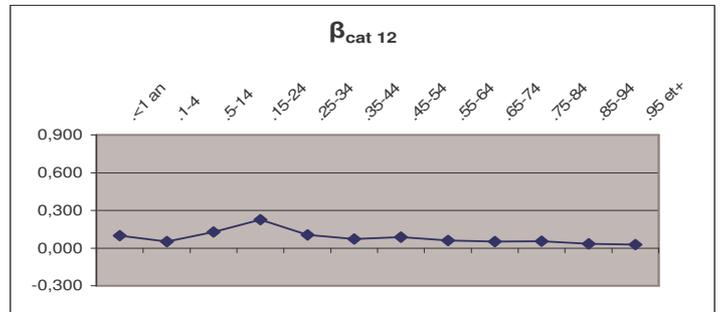
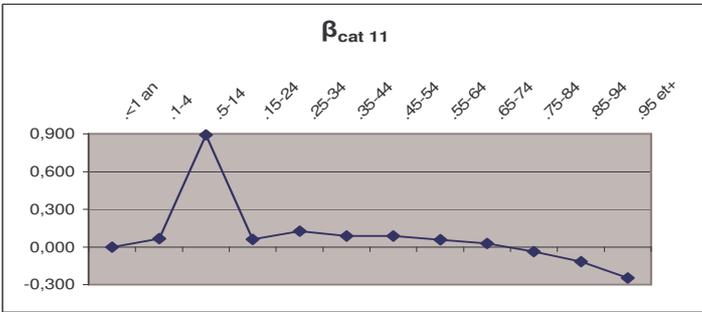
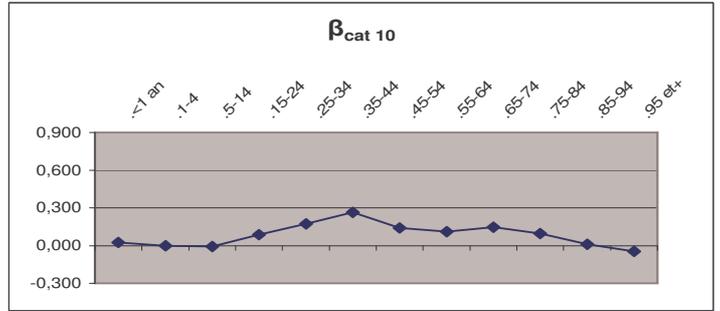
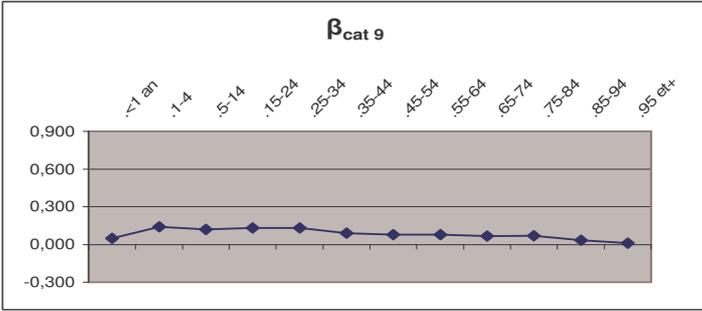
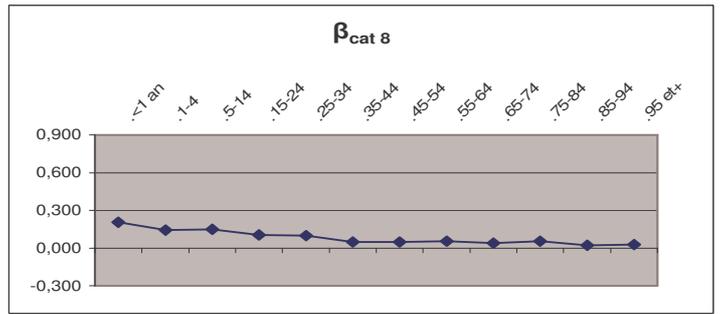
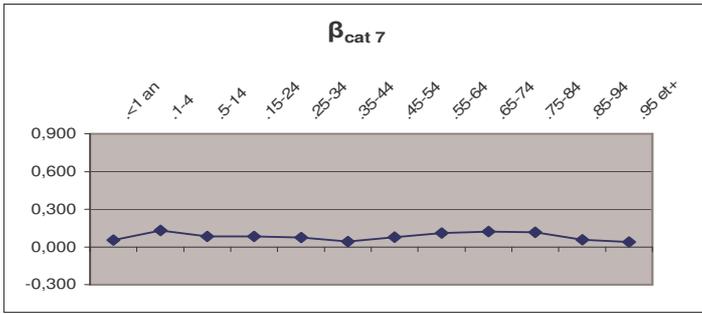
1.4) Etape 3 : Calcul des $\hat{\beta}_x$ et des \hat{k}_t

Les matrices $Z = \{z_{xt}\}$ avec $z_{xt} = \ln \hat{\mu}_{xt} - \hat{\alpha}_x$ sont approximées par la décomposition en 2 vecteurs tels que : $Z \approx \hat{\beta}' \hat{k}$.

1.4.1) Représentation des β_x :

Les paramètres β_x indiquant la sensibilité de la mortalité instantanée (échelle logarithmique) de la classe d'âge x par rapport à l'évolution temporelle sont présentés par grandes catégories de risques avec une échelle des ordonnées standardisée :





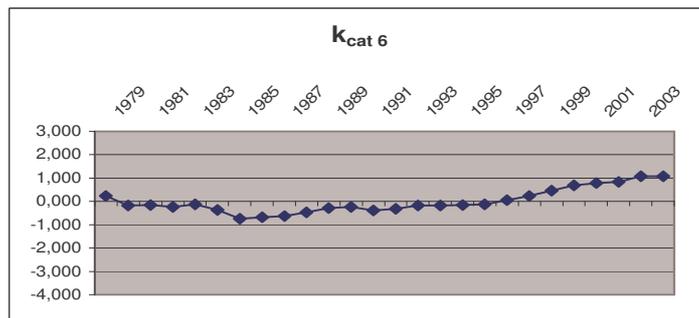
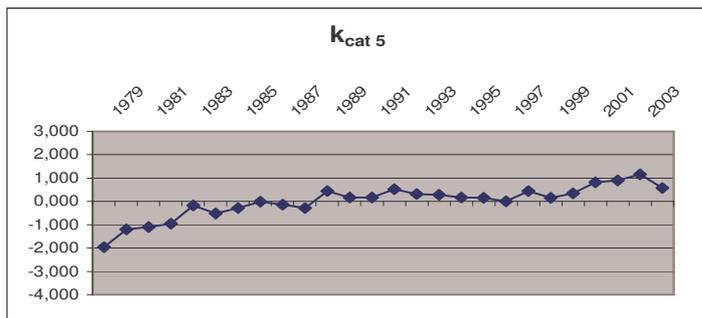
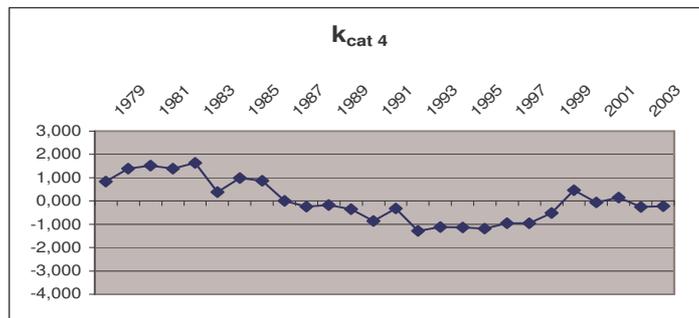
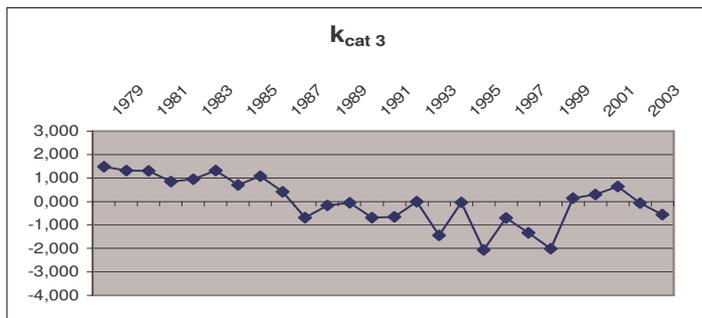
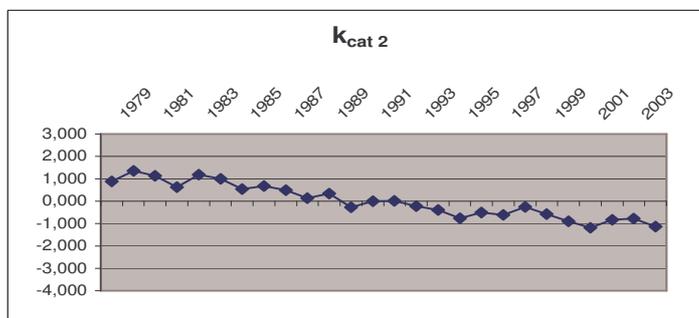
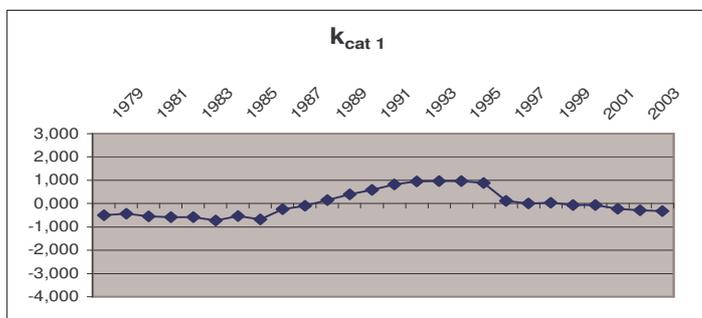
Dans le cas de figure de référence, toutes causes confondues (β_{Total}), les β_x sont décroissants sur les classes d'âge [1 an ; 44 ans] comme [75 ans et + [et croissants dans les autres cas. Chaque grande cause de mortalité a un comportement spécifique et on remarquera qu'en particulier :

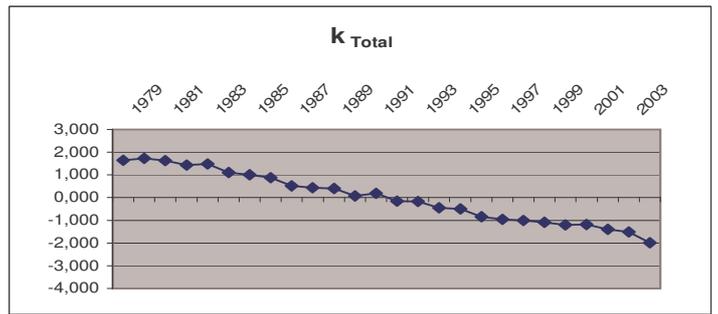
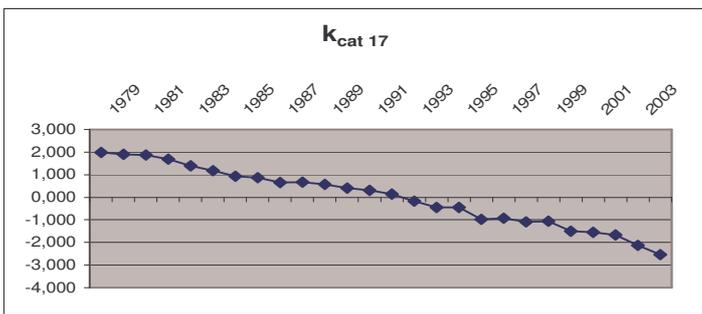
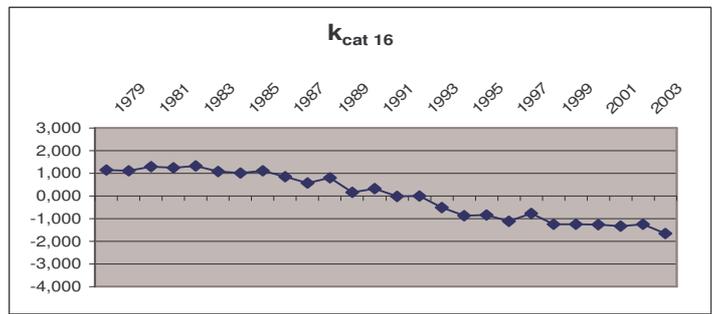
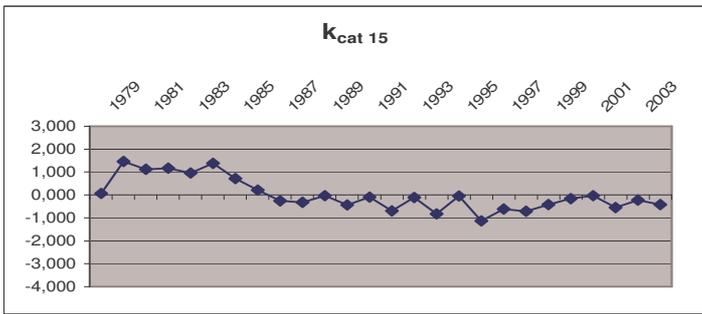
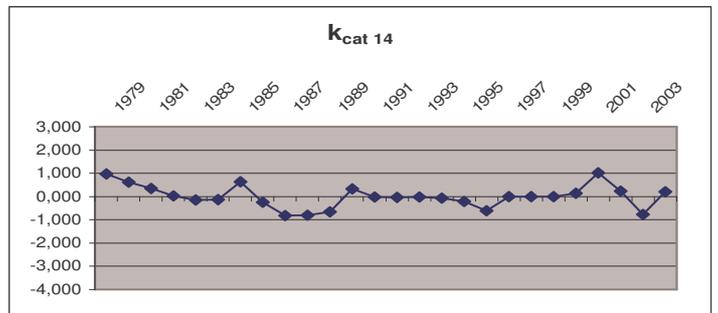
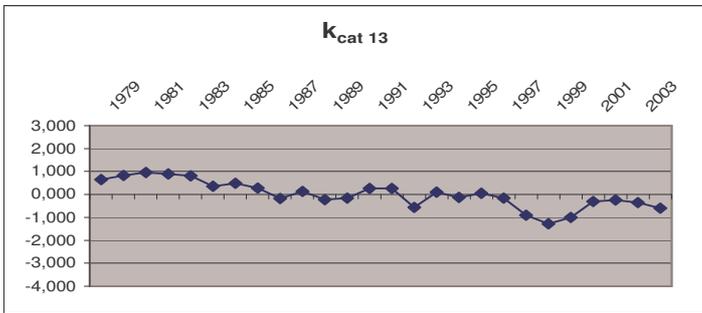
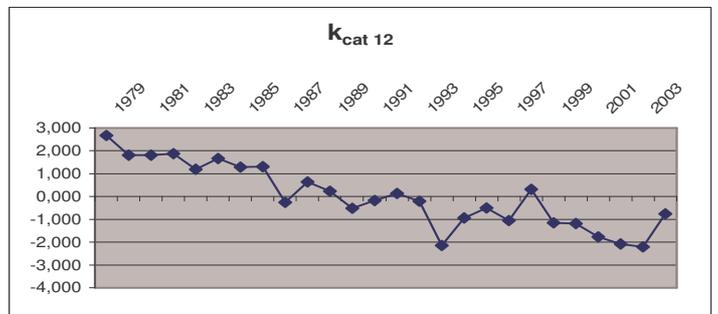
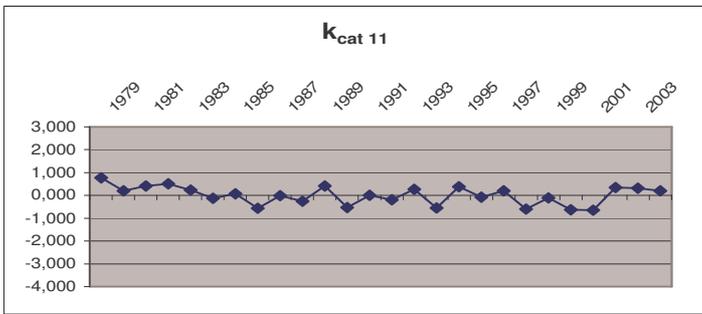
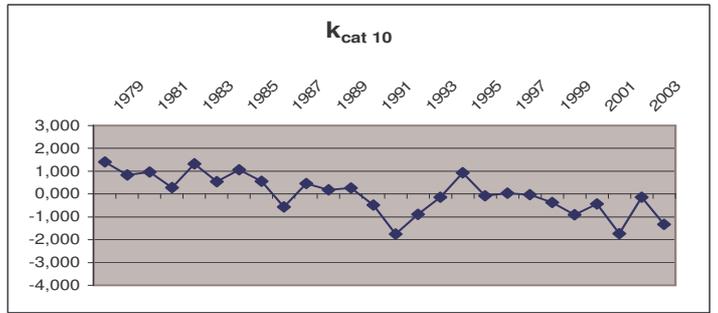
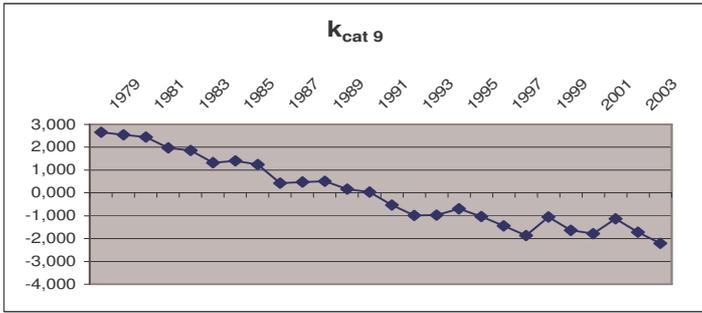
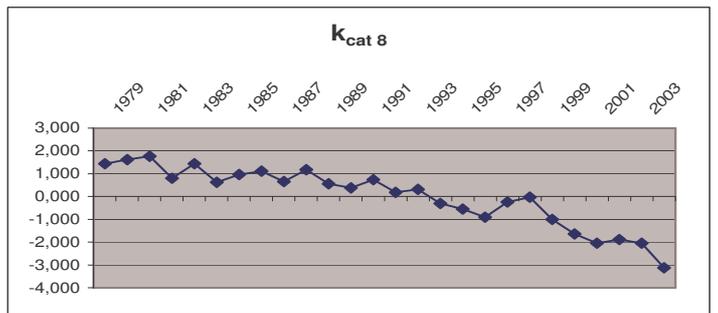
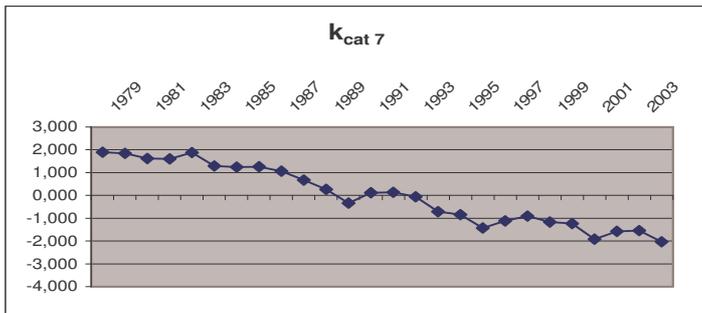
- les β_x sont croissants avec l'âge sur la catégorie n°6 (maladies du système nerveux et des organes des sens),
- les catégories n°13 et n°14 ont une nouvelle fois un comportement spécifique.

1.4.2) Représentation des k_t :

Les paramètres k_t permettent de cerner l'évolution de la mortalité au cours du temps.

On notera que les k_t présentés ci-dessous, ne sont pas ajustés à ce stade sur la mortalité féminine réelle.





Si les k_t sont décroissants avec le temps dans le cas de référence (k_{Total}) comme dans 9 autres grandes causes (n°2, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 16 et 17), il n'en va pas de même pour les autres catégories de risques :

- les k_t sont croissants avec l'âge sur la catégorie n°5 (troubles mentaux et du comportement) et n°6 (maladies du système nerveux et des organes des sens),
- les k_t sont plutôt stables dans le temps, avec des variations plus ou moins importantes autour de cette tendance, pour les catégories n°1 (maladies infectieuses et parasitaires), n°3 (maladies du sang et des organes hématopoïétiques), n°4 (maladies endocriniennes), n°11 (maladies du système ostéo-articulaire et des muscles), n°14 (infections de la période périnatale) et n°15 (malformations congénitales).

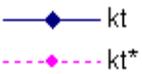
1.5) Etape 4 : Second ajustement des \hat{k}_t sur les décès réels

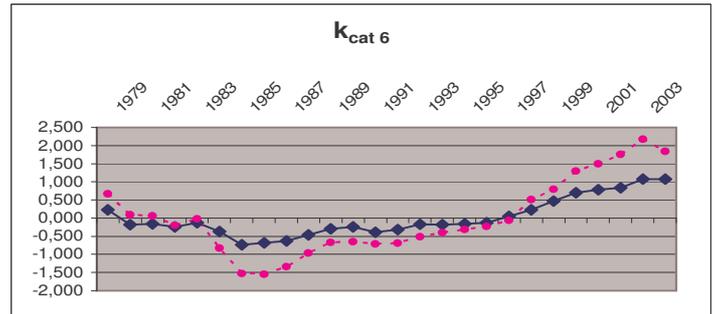
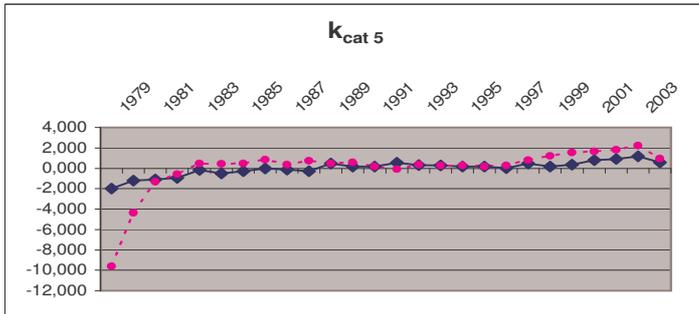
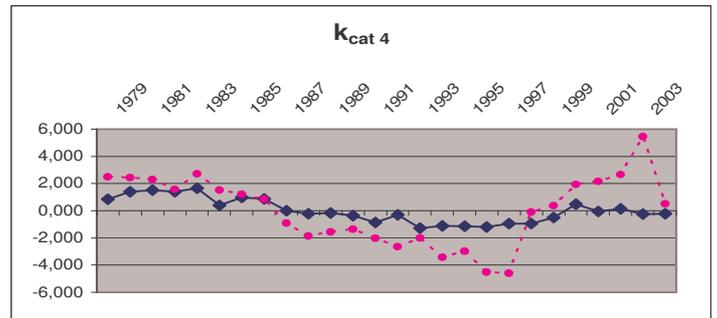
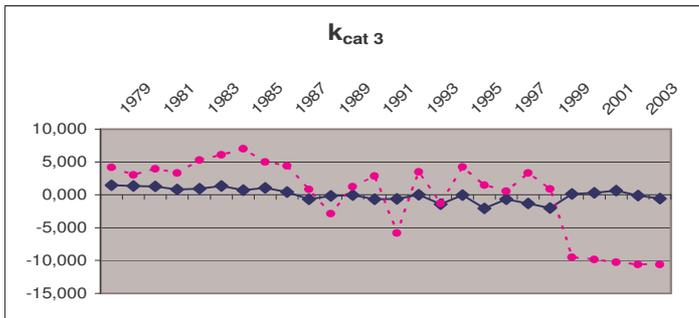
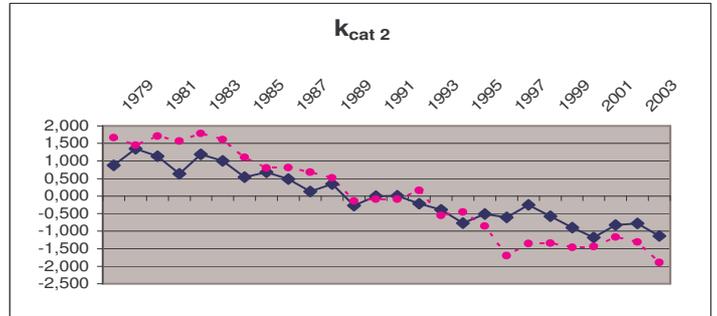
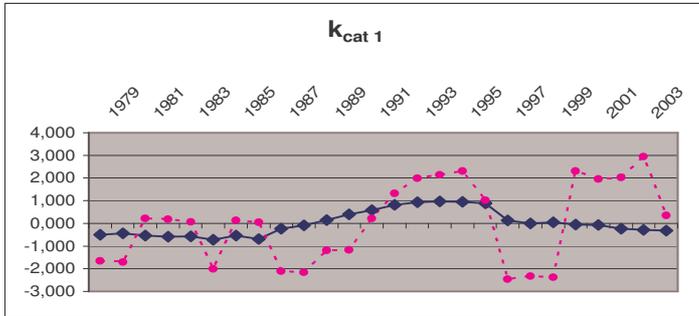
La présence de ratios d'inertie la plupart du temps inférieurs à 50% (sauf sur la catégorie n°17 relative aux accidents) impose un ajustement de la composante temporelle \hat{k}_t à l'aide de la

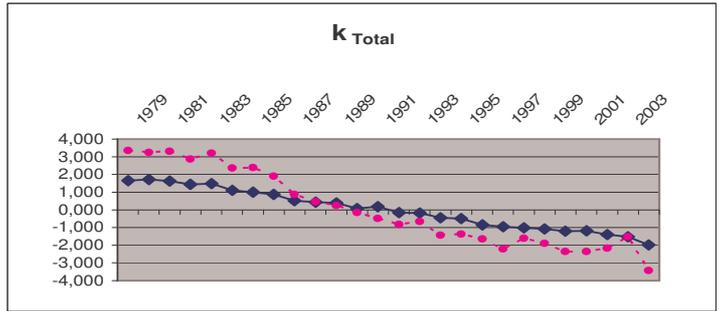
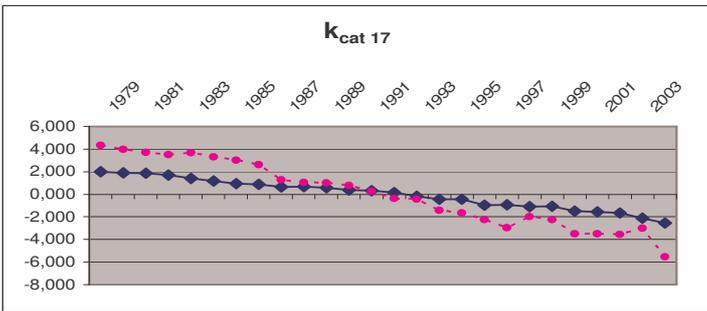
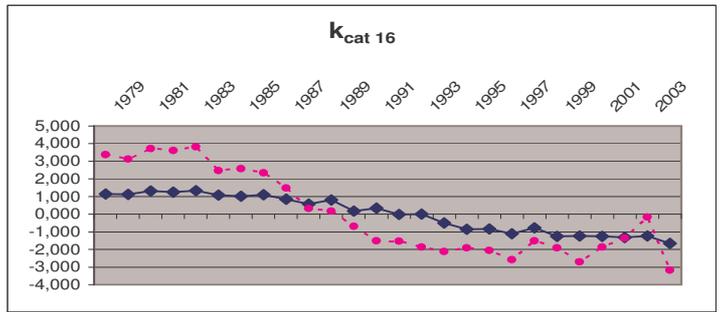
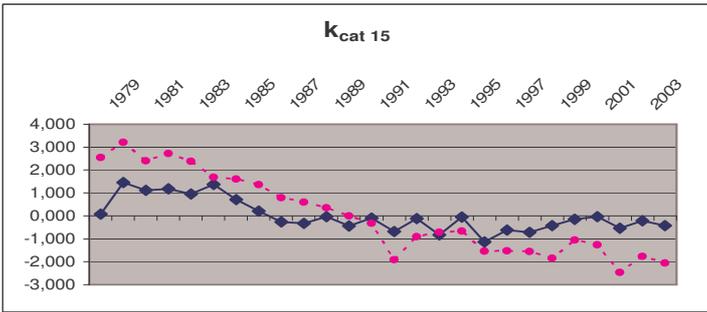
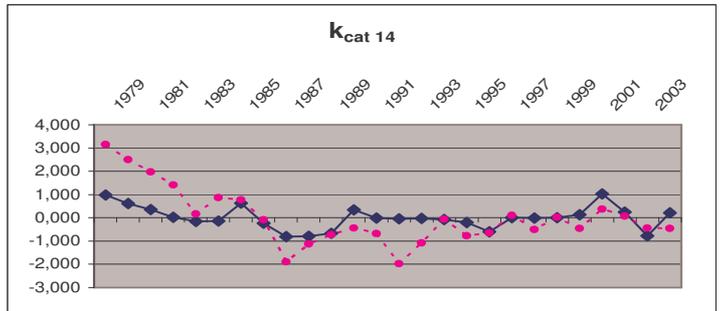
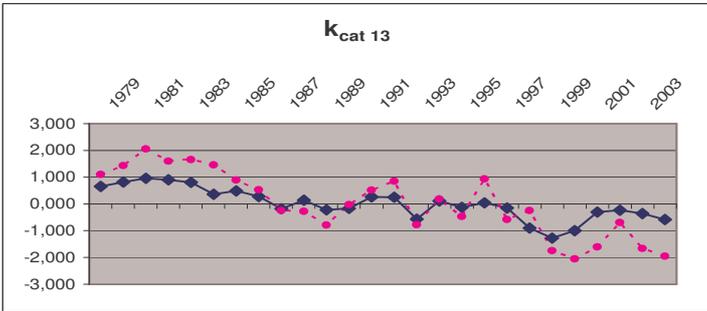
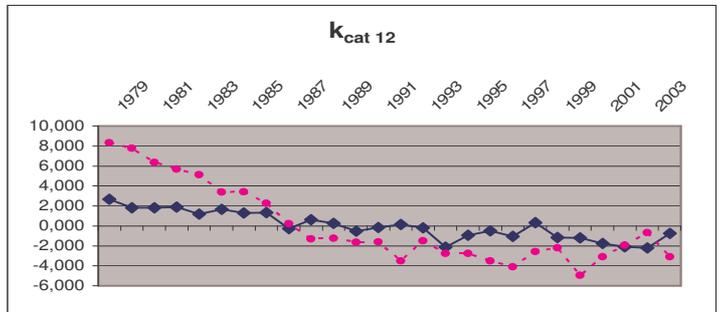
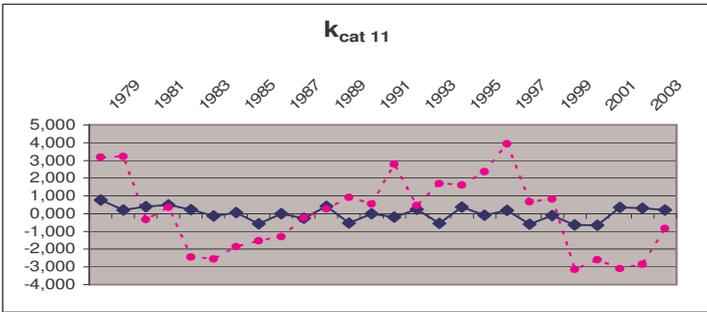
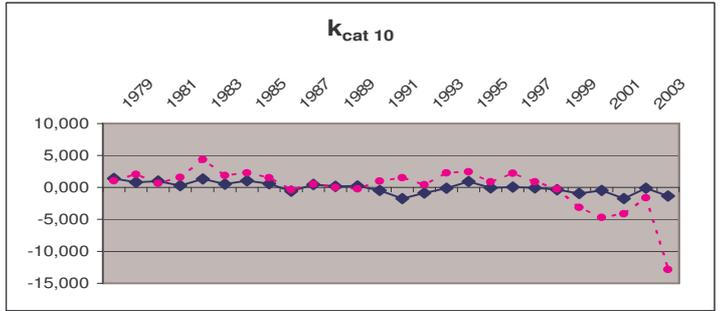
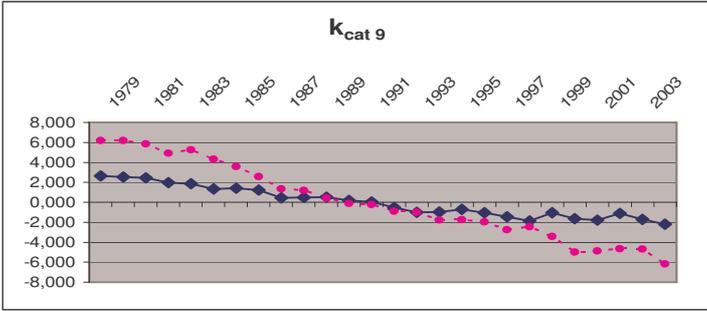
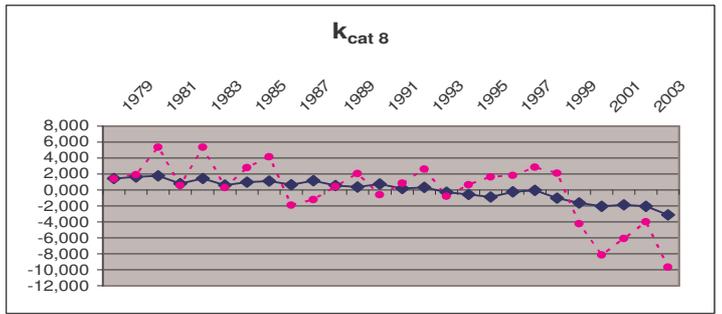
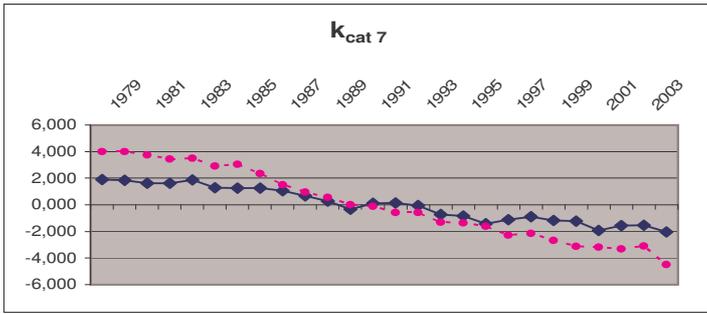
fonction $F(k) = 0 = \sum_{x=x_m}^{x=x_M} L_{xt} \cdot \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot k) - \sum_{x=x_m}^{x=x_M} D_{xt}$ avec $\hat{\alpha}_x$ et $\hat{\beta}_x = \text{constante}$ (décrite au chap. 2).

Nous obtenons ainsi un vecteur k_t^* pour chacune des grandes catégories.

Les pages suivantes présentent les résultats de ces ajustements.

Légende : 





La contrainte $\sum_{t=t_m}^{t=t_M} k_t^* = 0$ est ici respectée.

On observe que sur le cumul des causes (k_{Total}), l'ajustement sur les décès recensés chaque année se traduit par une rotation des \hat{k}_t par rapport à l'axe des abscisses avec augmentation de la pente. Ce résultat est également valable pour les catégories de risques n°2 (tumeurs), n°7 (maladies de l'appareil circulatoire), n°9 (maladies de l'appareil digestif), n°13 (complications de grossesse), n°15 (malformations congénitales), n°16 (autres symptômes) et n°17 (accidents). L'ajustement entraîne des fluctuations importantes sur la grande cause de décès n°1 (maladies infectieuses et parasitaires).

Les $\hat{\alpha}_x$ sont ensuite ajustés à l'aide des coefficients $\hat{\beta}_x$ et $\hat{k}_t = \text{constantes}$:

$$\alpha_x^* = \hat{\alpha}_x + \frac{\hat{\beta}_x}{t_M - t_m + 1} \sum_{t=t_m}^{t=t_M} \hat{k}_t$$

R: Les α_x^* de chacune des grandes causes de décès ne sont pas représentés graphiquement à ce niveau car leurs valeurs sont très proches de celles des $\hat{\alpha}_x$.

2) Extrapolation de la composante temporelle

La série des k_t^* de chaque grande cause de décès va être prolongée jusqu'à un horizon de 130 ans en se basant sur la meilleure modélisation possible (régression ou série chronologique). L'horizon à 130 a été choisi pour rendre possible les calculs jusqu'à l'âge ultime pour la génération née en 2008 : $2008 + 120 \text{ ans} = 2128$. Les données n'étant disponibles que jusqu'en 2004, on prolonge de 130 ans : $2004 + 130 = 2134$, soit un peu plus que nécessaire.

➔ On notera que les projections de la composante temporelle à 130 ans ne sont pas liées à la méthode de fermeture des tables. Cela permet en fait d'utiliser les résultats de cette étude pour calculer l'ensemble des L_x des générations les plus récentes. La véritable fermeture des tables sera réalisée dans le chapitre 4 - section 1.5 et pour un âge ultime de 120 ans, retenu pour l'ensemble de la population féminine française.

2.1) Modélisation par grande cause médicale de décès

Les résultats suivants sont présentés sous forme de tableaux synthétiques pour chacune des 17 catégories de risques. Les valeurs des coefficients ainsi que quelques statistiques élémentaires (écarts types sur les paramètres, sur la prévision, valeurs minimum et maximum prises sur la période 1979-2134, ...) sont données pour chacune des 4 régressions retenues. Le meilleur modèle ARIMA est indiqué de façon spécifique avec l'écriture de son équation. Enfin, la dernière colonne précise le modèle choisi pour les prévisions à long terme.

I. Maladies infectieuses et parasitaires

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-2,46	2,94
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,62)$	18,31% F=(5,38)	0,10 $\sigma_a=(0,04)$	-1,33 $\sigma_b=(0,66)$	/	-1,23	14,04	
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,66)$	15,17% F=(4,29)	0,82 $\sigma_a=(0,40)$	-1,93 $\sigma_b=(0,99)$	/	-1,93	2,29	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,71)$	9,33% F=(2,47)	-2,64 $\sigma_a=(1,68)$	0,39 $\sigma_b=(0,42)$	/	-2,25	0,38	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,62)$	18,31% F=(5,38)	0,9999999 (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	985 934 $\sigma_b=(424910)$	-985 935 $\sigma_c=(424911)$	-1,23	15,63	
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (2,0,2)	-0,15	1,49	-1,00	1,07	-0,63	-2,96	2,94	x

$$k_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* = -0,08 + 1,49 kt-1^* - 1,00 kt-2^* - 1,07 \epsilon t-1 + 0,63 \epsilon t-2 + \epsilon t$$

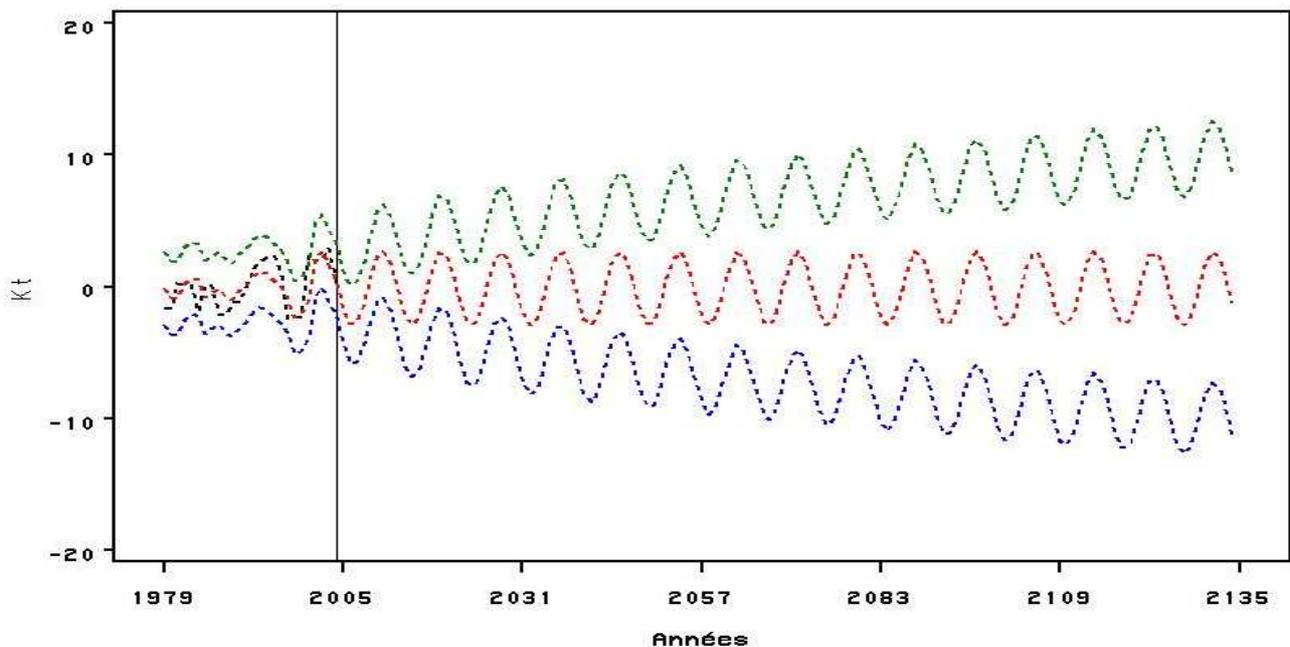
Le processus ARIMA (2,0,2) est donc le modèle retenu pour la prévision des k_t^* des décès de sexe féminin liés aux maladies infectieuses et parasitaires. Il a été sélectionné parmi les 12 processus ARIMA suivants car il minimise les critères AIC et SBC définis au chapitre 2 :

Tableau 1 - Statistiques ARIMA - catégorie 1

Modèles	AIC	SBC	Modèles	AIC	SBC
ARIMA(0,0,0)	104,1922	105,4503	ARIMA(2,0,2)	96,02182	102,3123
ARIMA(1,0,0)	96,30583	98,82202	ARIMA(2,0,1)	96,12907	101,1615
ARIMA(0,0,1)	96,4596	98,97579	ARIMA(1,0,2)	98,85484	103,8872
ARIMA(1,0,1)	97,21933	100,9936	ARIMA(3,0,3)	101,0472	109,8538
ARIMA(2,0,0)	96,3816	100,1559	ARIMA(3,0,0)	96,91148	101,9439
ARIMA(0,0,2)	96,96152	100,7358	ARIMA(0,0,3)	98,60476	103,6371

Ce processus comporte une composante cyclique régulière représentée sur le graphique suivant :

Graphique 1a - kt^* - ARIMA(2,0,2) - Maladies infectieuses et parasitaires



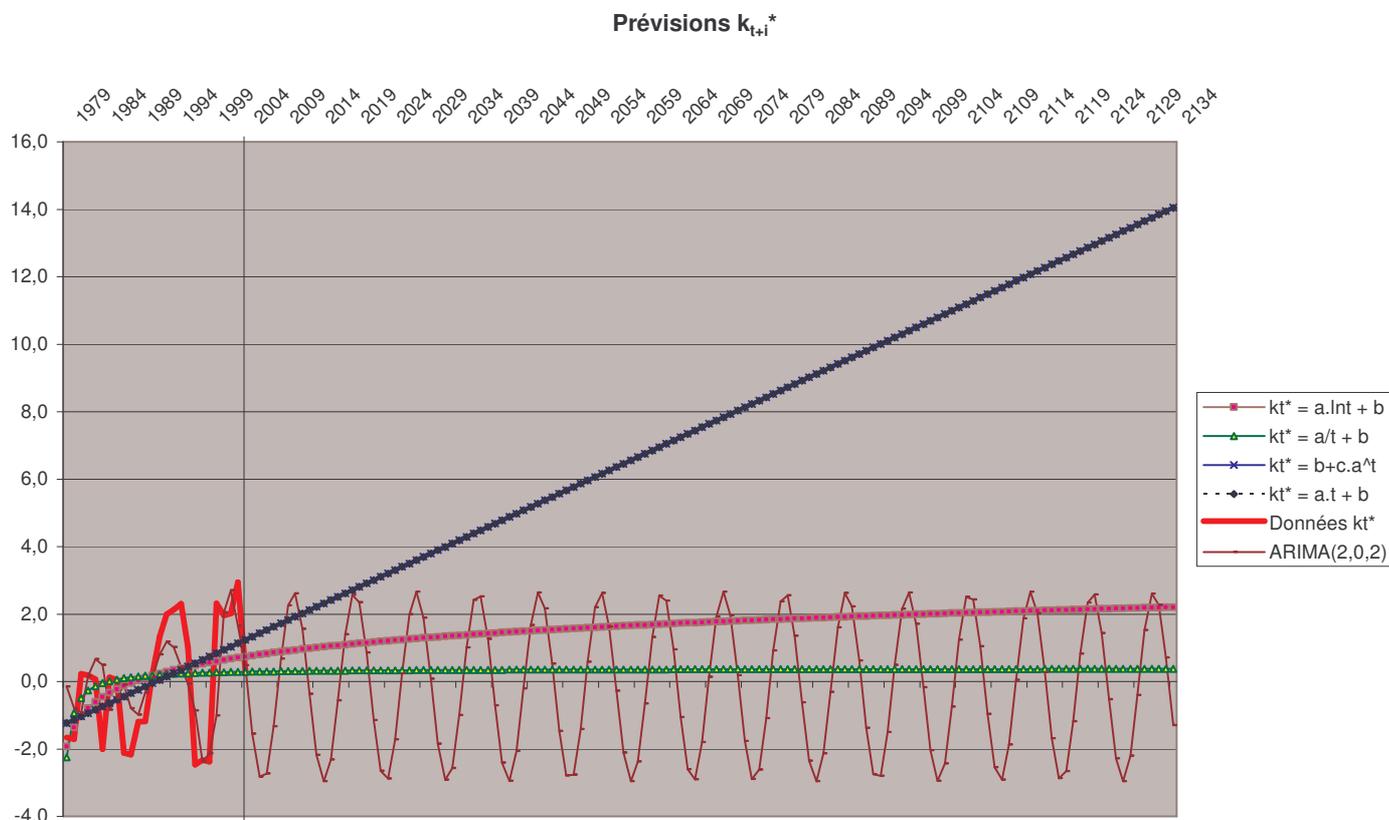
Légende :

..... série des kt^* prévisions L95% U95%

SAS 9.1

Ce modèle ARIMA ainsi que les différentes régressions sont représentés sur l'ensemble de l'horizon de prévision :

Graphique 1b - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies infectieuses et parasitaires.



On peut constater que le processus ARIMA est ici le plus adéquat pour la prévision. Le modèle non linéaire $k_t^* = b + c \times a^t + \varepsilon_t$ est confondu avec l'équation linéaire et a une tendance à l'instabilité à long terme (paramètre $a \neq 1$).

II. Tumeurs

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

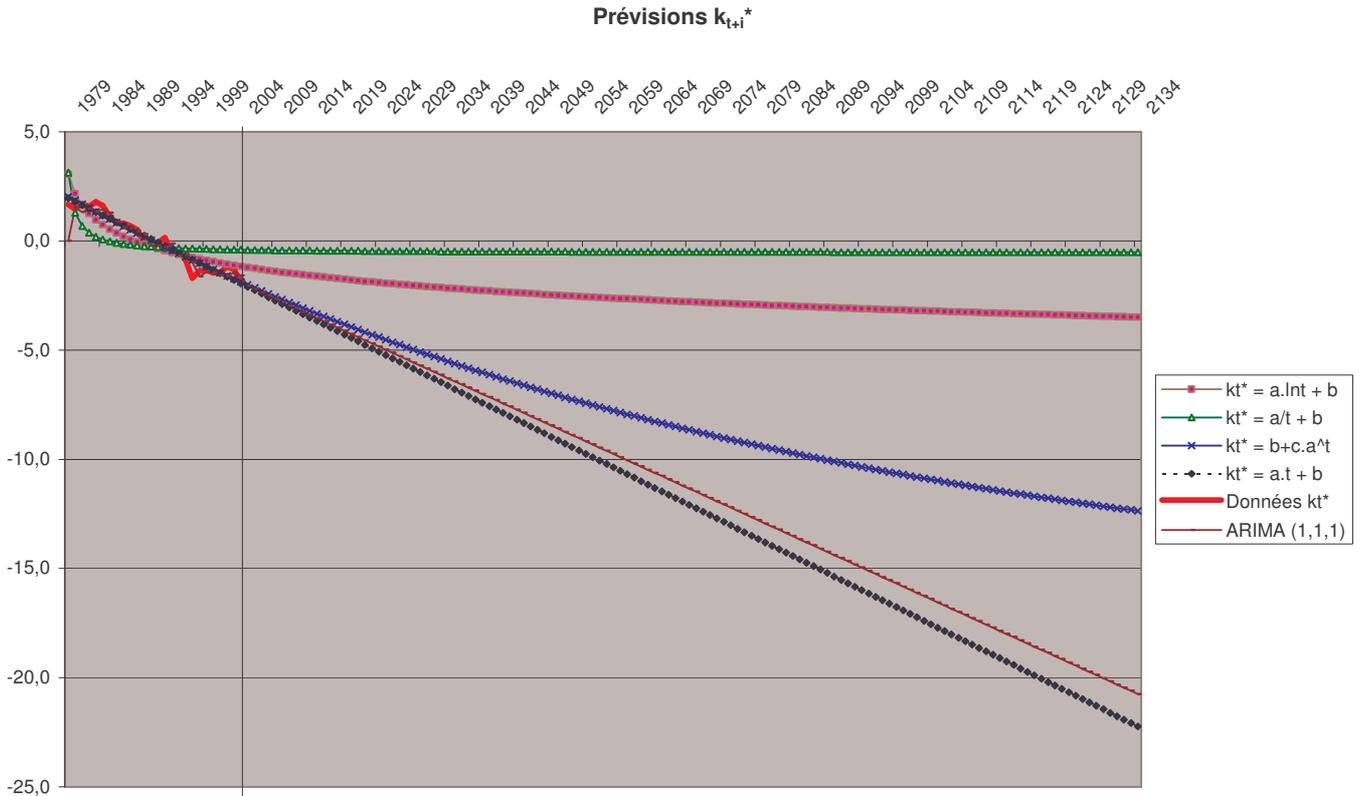
						-1,89	1,78		
						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*			
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,32)$ $F=(357,42)$	93,71%	-0,16	2,11	/	-22,23	1,95		
2 Sans asymptote	$kt^* = a.t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,59)$ $F=(83,65)$	77,71%	-1,30	3,06	/	-3,62	3,06		
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,00)$ $F=(13,83)$	36,56%	3,66	-0,54	/	-0,52	3,12		
4 Non linéaire	$kt^* = b + c.a^t + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,31)$ $F=(364,05)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	93,82%	0,99	-16,85	19,05	-12,98	2,02	x	
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2				
ARIMA (1,1,1)	-0,14	0,72	0,00	1,00	0,00	-20,75	1,78		

$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 \hat{k}_{t-1}^* + \alpha_2 \hat{k}_{t-2}^* - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,04 + 0,72 kt-1^* - 1,00 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

Le modèle n°4 non linéaire est celui qui ajuste le mieux la composante temporelle des décès liés aux cancers. Les prévisions de décès sont proches du modèle linéaire dans une première période pour s'en écarter très nettement à la baisse sur le très long terme. Cette hypothèse semble cohérente pour ce type de risque.

Graphique 2 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Tumeurs



R : nous représentons ici les différentes équations des modèles de régression sans intervalle de confiance pour éviter de surcharger les graphiques. Ces derniers sont facilement déductibles pour les 4 régressions à partir du tableau de synthèse ci-dessus en utilisant l'équation :

$$k_{t+i}^* \pm 1,96 \times \sigma_{kt} \text{ au seuil de risque de 5\%}.$$

III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

						-10,62	6,98		
						Analyse sur prévisions $k_{t,i}^*$			
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(3,87)$	56,51%	-0,56	7,63	/	-80,50	7,06		
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(4,72)$	F=(31,19)	$\sigma_a=(0,10)$	$\sigma_b=(1,56)$	/	-11,38	9,61		
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(5,49)$	F=(13,12)	$\sigma_a=(1,13)$	$\sigma_b=(2,81)$	/	-1,41	8,45		
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(3,87)$	56,51%	9,92	-1,47	/	-89,59	7,07		
		F=(3,38)	$\sigma_a=(5,40)$	$\sigma_b=(1,34)$					
		(si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)				$\sigma_b=(1\ 011\ 805)$	$\sigma_c=(1\ 011\ 806)$		
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2				
ARIMA (2,0,2)	0,99	1,80	-1,00	1,36	-0,83	-11,06	12,92	x	

$$k_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

avec : $\theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$

$$kt^* = 0,20 + 1,80 kt-1^* - 1,00 kt-2^* - 1,36 \epsilon t-1 + 0,83 \epsilon t-2 + \epsilon t$$

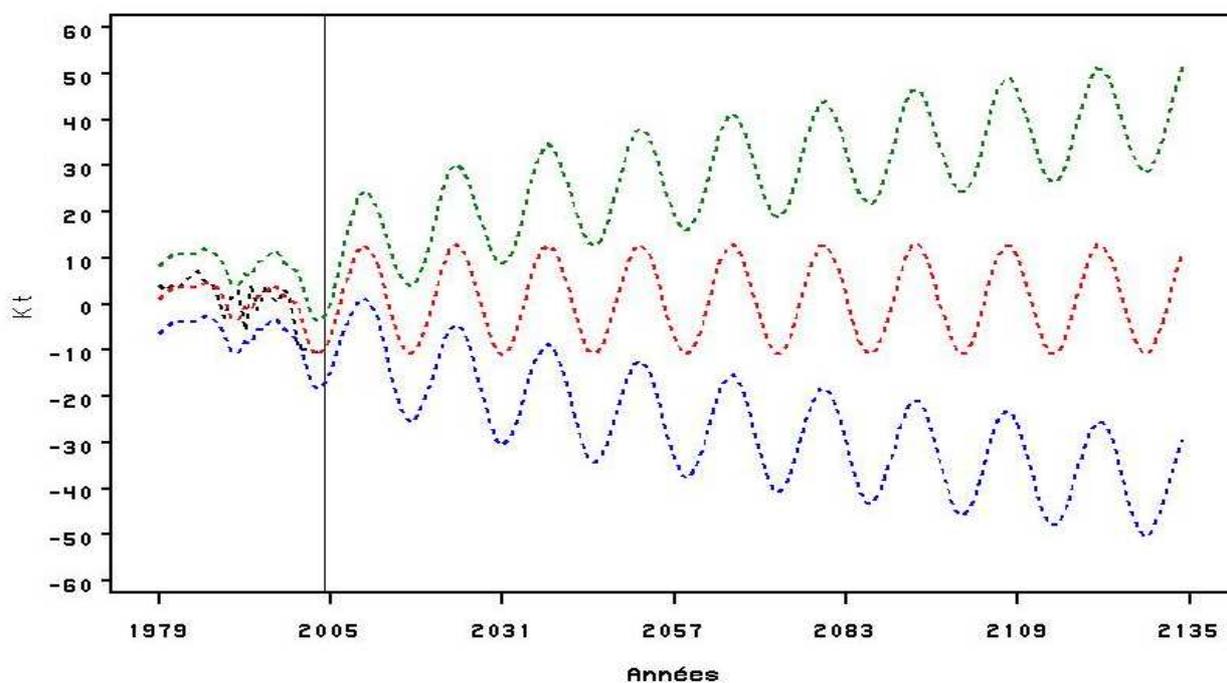
Comme pour la catégorie n°1, le processus ARIMA (2,0,2) est retenu pour la prévision des k_t^* des maladies du sang. Le modèle a été choisi parmi les 12 processus ARIMA de la page suivante.

Tableau 2 – Statistiques ARIMA - catégorie 3

Modèles	AIC	SBC	Modèles	AIC	SBC
ARIMA(0,0,0)	165,6998	166,9579	ARIMA(2,0,2)	146,8185	153,109
ARIMA(1,0,0)	148,0066	150,5228	ARIMA(2,0,1)	153,4306	158,463
ARIMA(0,0,1)	157,7476	160,2638	ARIMA(1,0,2)	148,8271	153,8595
ARIMA(1,0,1)	147,5301	151,3044	ARIMA(3,0,3)	149,8732	158,6799
ARIMA(2,0,0)	147,0739	150,8482	ARIMA(3,0,0)	149,0207	154,0531
ARIMA(0,0,2)	154,2842	158,0585	ARIMA(0,0,3)	153,6113	158,6437

Le modèle ARIMA (2,0,2) a été sélectionné, même s'il ne minimise pas le critère SBC. Graphiquement, une composante cyclique est mise en évidence comme pour les maladies infectieuses et parasitaires mais avec plus d'amplitude :

Graphique 3a - kt* - ARIMA(2,0,2) - Maladies du sang et des organes hématopoïétiques

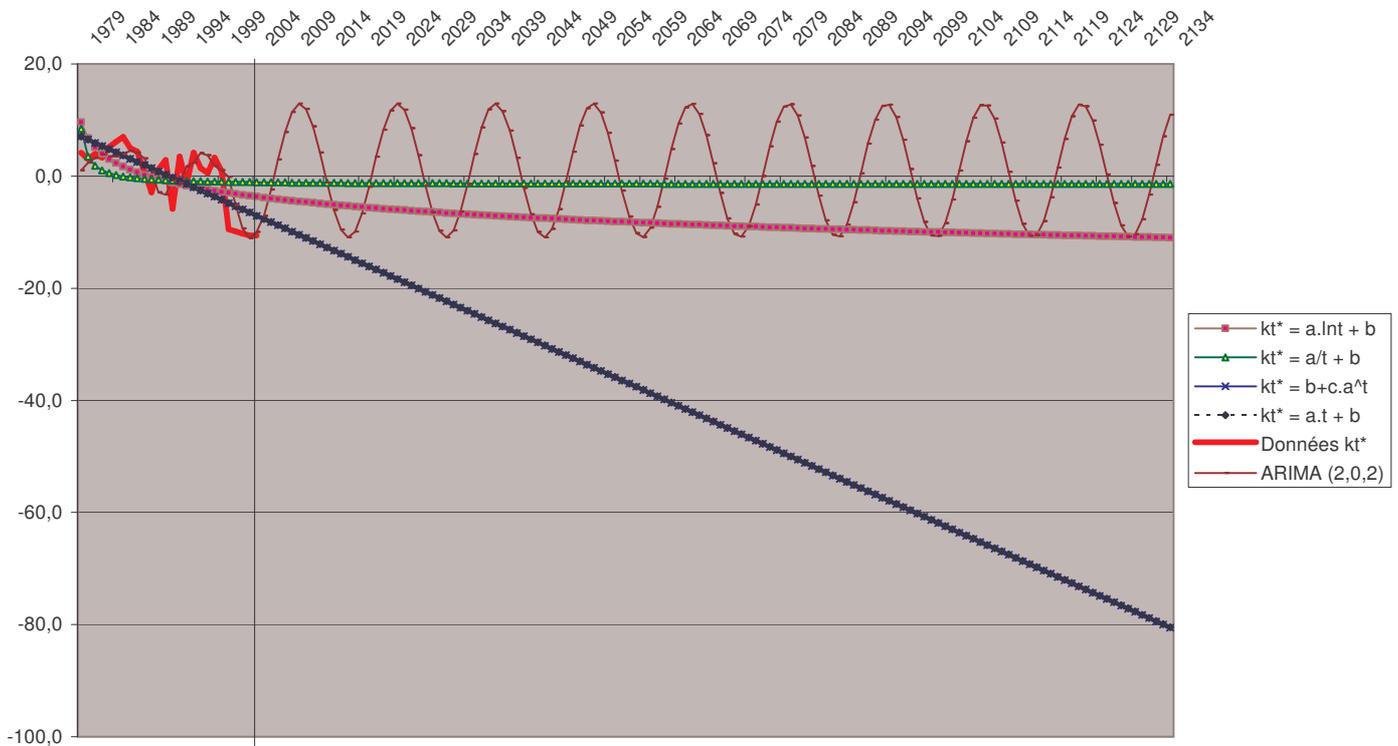


Légende : série des kt* prévisions L95% U95% SAS 9.1

Les prévisions oscillent donc autour de zéro. Elles traduisent implicitement un cycle et une certaine stagnation dans les progrès médicaux attendus pour ce type de risque.

Graphique 3b - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA – Maladies du sang et des organes hématopoïétiques.

Prévisions k_{t+i}^*



IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

						-4,60	5,44		
						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*			
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$	1,50%	-0,04	0,55	/	-5,83	0,51		
		$\sigma_{kt}=(2,59)$	$F=(0,37)$	$\sigma_a=(0,07)$	$\sigma_b=(1,04)$				
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$	10,18%	-0,97	2,29	/	-2,72	2,29		
		$\sigma_{kt}=(2,47)$	$F=(2,72)$	$\sigma_a=(0,59)$	$\sigma_b=(1,47)$				
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$	12,19%	4,38	-0,65	/	-0,62	3,73		
		$\sigma_{kt}=(2,44)$	$F=(3,33)$	$\sigma_a=(2,40)$	$\sigma_b=(0,60)$				
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$	18,70%	0,77	-0,70	5,45	-0,70	3,50		
		$\sigma_{kt}=(2,35)$	$F=(5,52)$	(si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	$\sigma_b=(0,55)$	$\sigma_c=(2,32)$			
ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2				
5 ARIMA (0,1,0)	-0,08	0,00	0,00	0,00	0,00	-9,65	5,44	x	

$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 \hat{k}_{t-1}^* + \alpha_2 \hat{k}_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

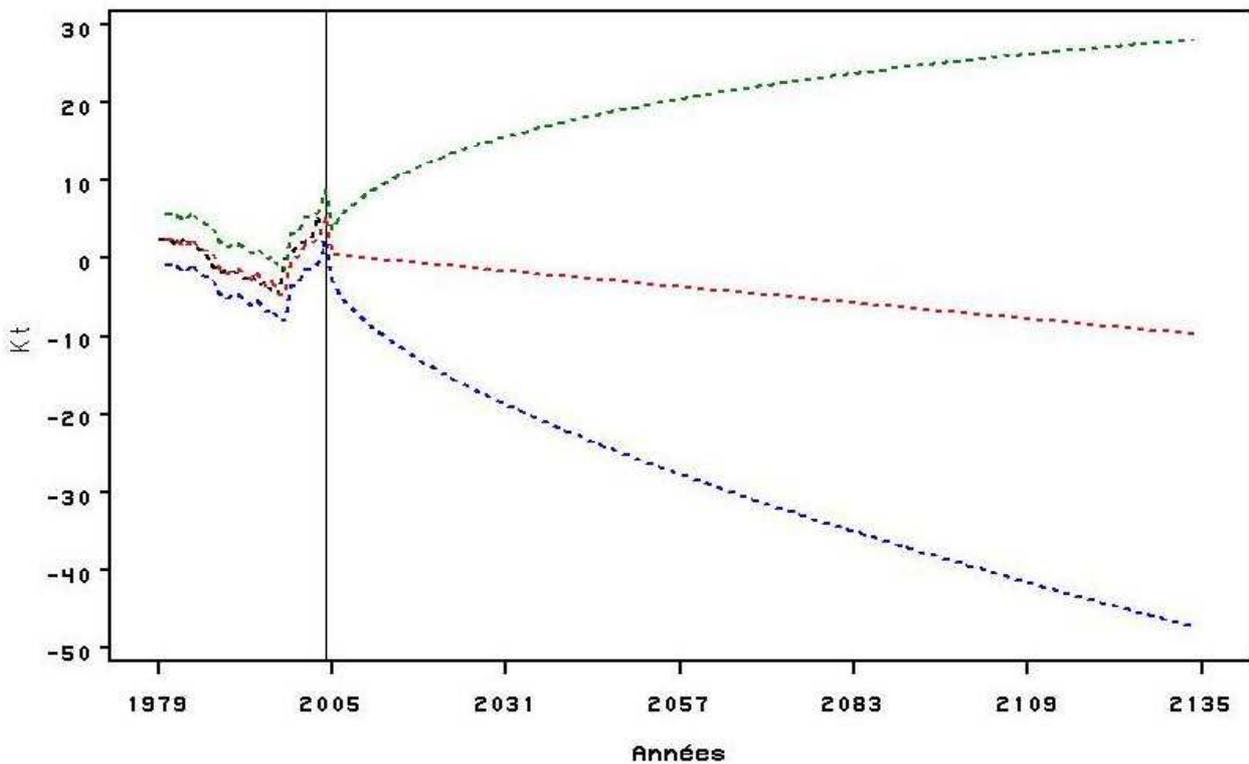
$$kt^* - kt-1^* = -0,08 + \epsilon t$$

Le processus ARIMA (0,1,0) est retenu pour la prévision des k_t^* des maladies endocriniennes. Il comprend une différenciation mais pas de composante autorégressive ou moyenne mobile. Pour cette catégorie, difficile à modéliser, il semble préférable de tabler sur baisse lente et régulière des décès à long terme.

Tableau 3 – Statistiques ARIMA - catégorie 4

Modèles	AIC	SBC	Modèles	AIC	SBC
ARIMA(0,1,0)	98,06032	99,27919	ARIMA(2,1,2)	99,61441	105,7088
ARIMA(1,1,0)	99,08205	101,5198	ARIMA(2,1,1)	100,97	105,8455
ARIMA(0,1,1)	99,27718	101,7149	ARIMA(1,1,2)	102,1763	107,0518
ARIMA(1,1,1)	101,0456	104,7022	ARIMA(3,1,3)	106,0948	114,6269
ARIMA(2,1,0)	100,9613	104,6179	ARIMA(3,1,0)	102,0663	106,9418
ARIMA(0,1,2)	100,5199	104,1766	ARIMA(0,1,3)	94,85494	99,73044

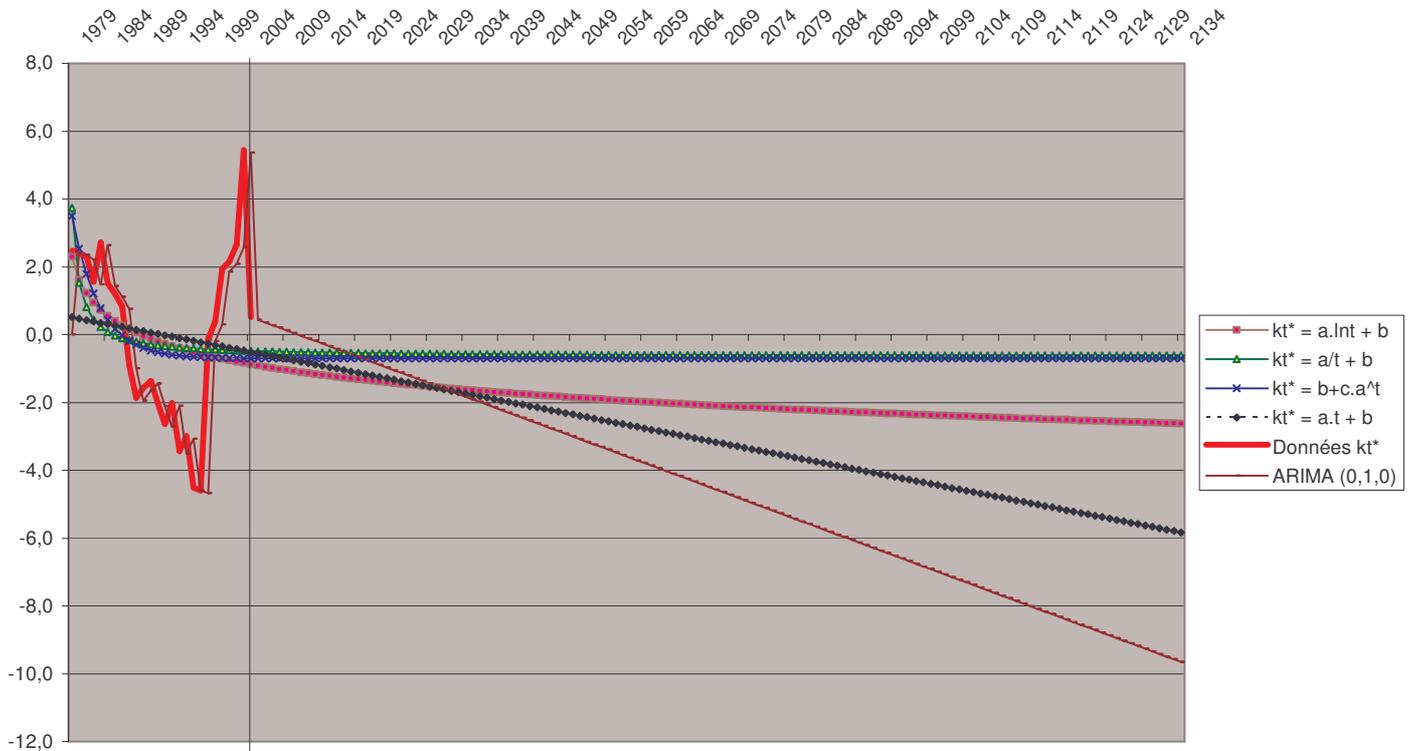
Graphique 4a - kt* - ARIMA(0,1,0) - Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.



Légende : série des kt* prévisions L95% U95% SAS 9.1

Graphique 4b - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.

Prévisions k_{t+1}^*



V. Troubles mentaux et du comportement

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-9,60	2,21
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+1}^*		
Régression	Formule	R^2	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,85)$ $F=(14,85)$	38,22%	0,19	-2,51	/	-2,33	26,53	
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,33)$ $F=(50,76)$	67,90%	2,27	-5,34	/	-5,34	6,32	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,61)$ $F=(330,08)$	93,22%	-10,93	1,62	/	-9,31	1,56	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,56)$ $F=(394,36)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	94,26%	0,48	0,77	-21,74	-9,63	0,77	x
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (2,0,0)	-12,05	1,69	-0,70	0,00	0,00	-12,05	2,40	

$$\hat{k}_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

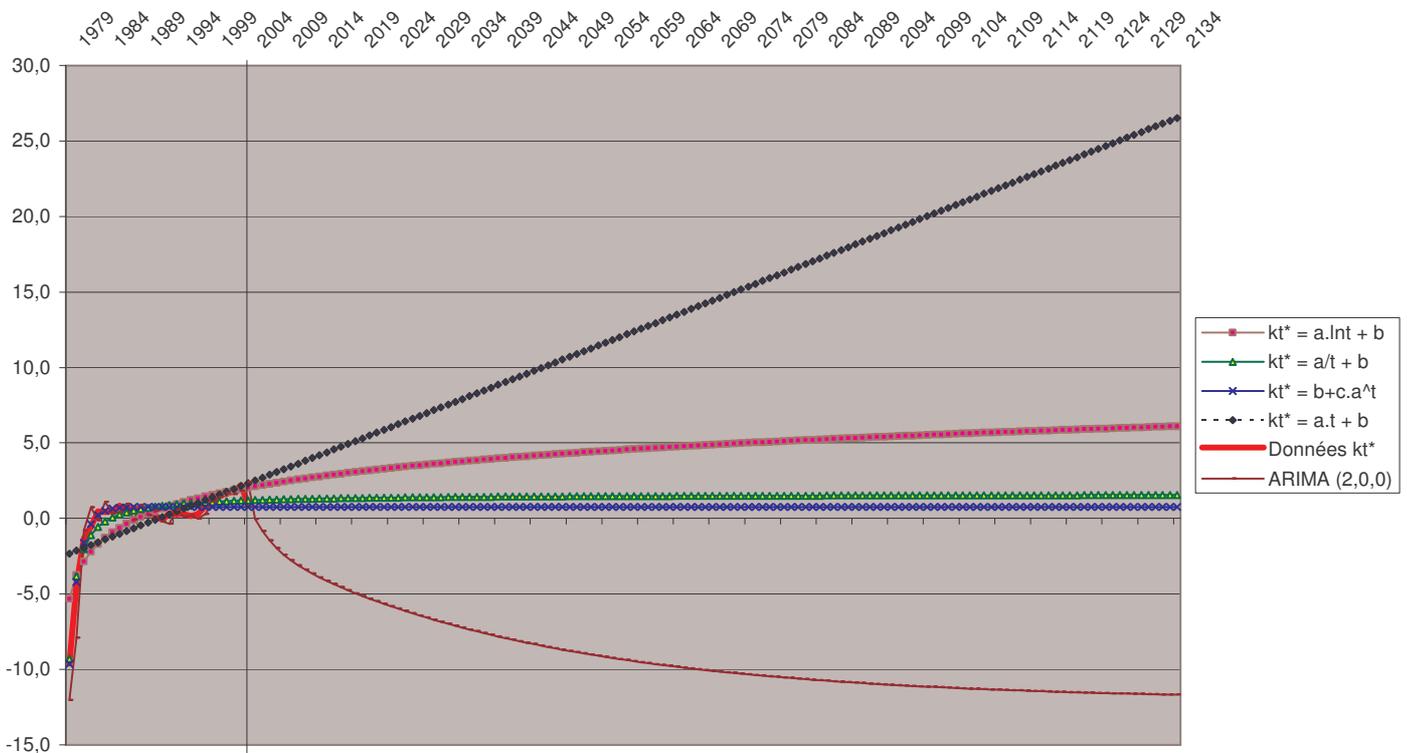
avec : $\theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$

$$kt^* = -0,09 + 1,69 kt-1^* - 0,70 kt-2^* + \varepsilon_t$$

Ce risque est particulier car il est en progression sur l'historique même si cette hausse semble atteindre un plafond sur les dernières années disponibles. Pour cette raison, le modèle n°4 non linéaire a été sélectionné pour modéliser les k_t^* des troubles mentaux. Les prévisions de décès sont ici proches du modèle avec asymptote, contrairement à la catégorie de causes n°2.

Graphique 5 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Troubles mentaux et du comportement

Prévisions k_{t+i}^*



VI. Maladies du syst. nerveux et des org. des sens

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-1,55	2,17
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(0,82)$	39,80%	0,09	-1,16	/	-1,07	12,23	
		F=(15,87)	$\sigma_a=(0,02)$	$\sigma_b=(0,33)$				
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,00)$	10,50%	0,40	-0,95	/	-0,95	1,12	
		F=(2,82)	$\sigma_a=(0,24)$	$\sigma_b=(0,60)$				
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,06)$	0,00%	-0,01	0,00	/	-0,01	0,00	
		F=(0,00)	$\sigma_a=(1,04)$	$\sigma_b=(0,26)$				
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(0,82)$	39,80%	0,9999999	858 884	-858 885	-1,07	13,61	
		F=(15,87)	(si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	$\sigma_b=(215\ 540)$	$\sigma_c=(215\ 541)$			
ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (1,1,0)	0,01	0,40	0,00	0,00	0,00	-1,80	3,16	x

$$k_t^* - k_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

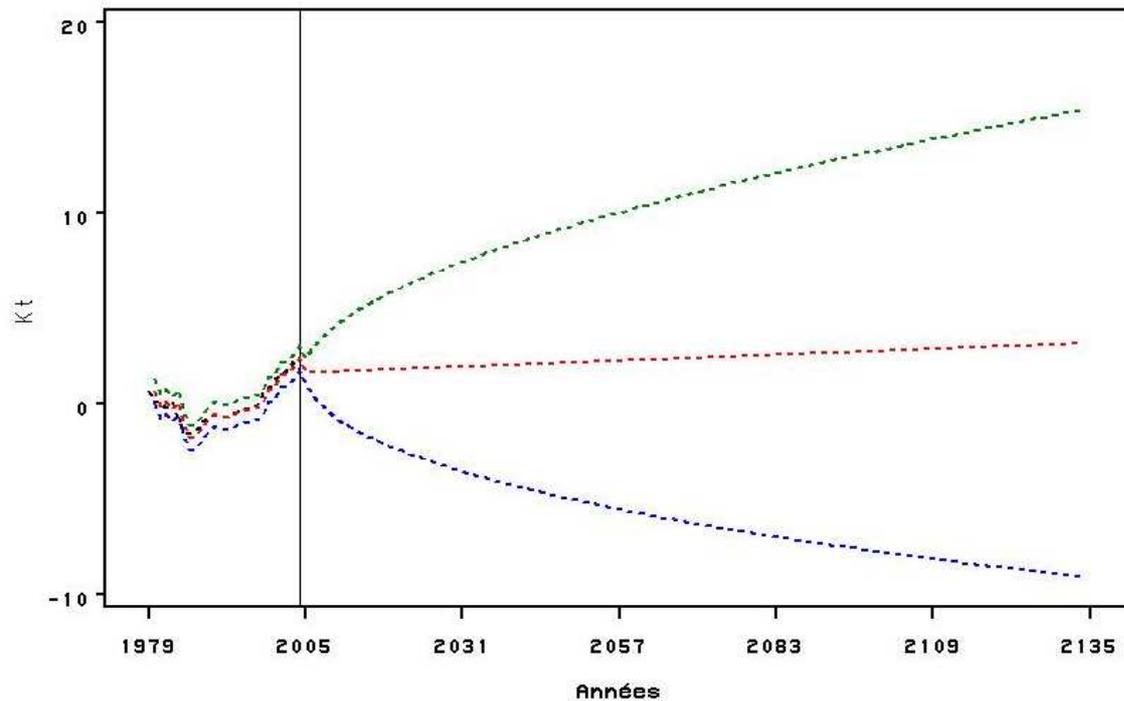
$$kt^* - kt-1^* = 0,01 + 0,40 kt-1^* + \epsilon t$$

Le processus autorégressif avec différenciation ARIMA (1,1,0) est le meilleur pour la modélisation de la catégorie des maladies du système nerveux. Pour cette grande cause de décès, il faut prévoir une légère augmentation de la sinistralité à long terme.

Tableau 4 - Statistiques ARIMA - catégorie 6

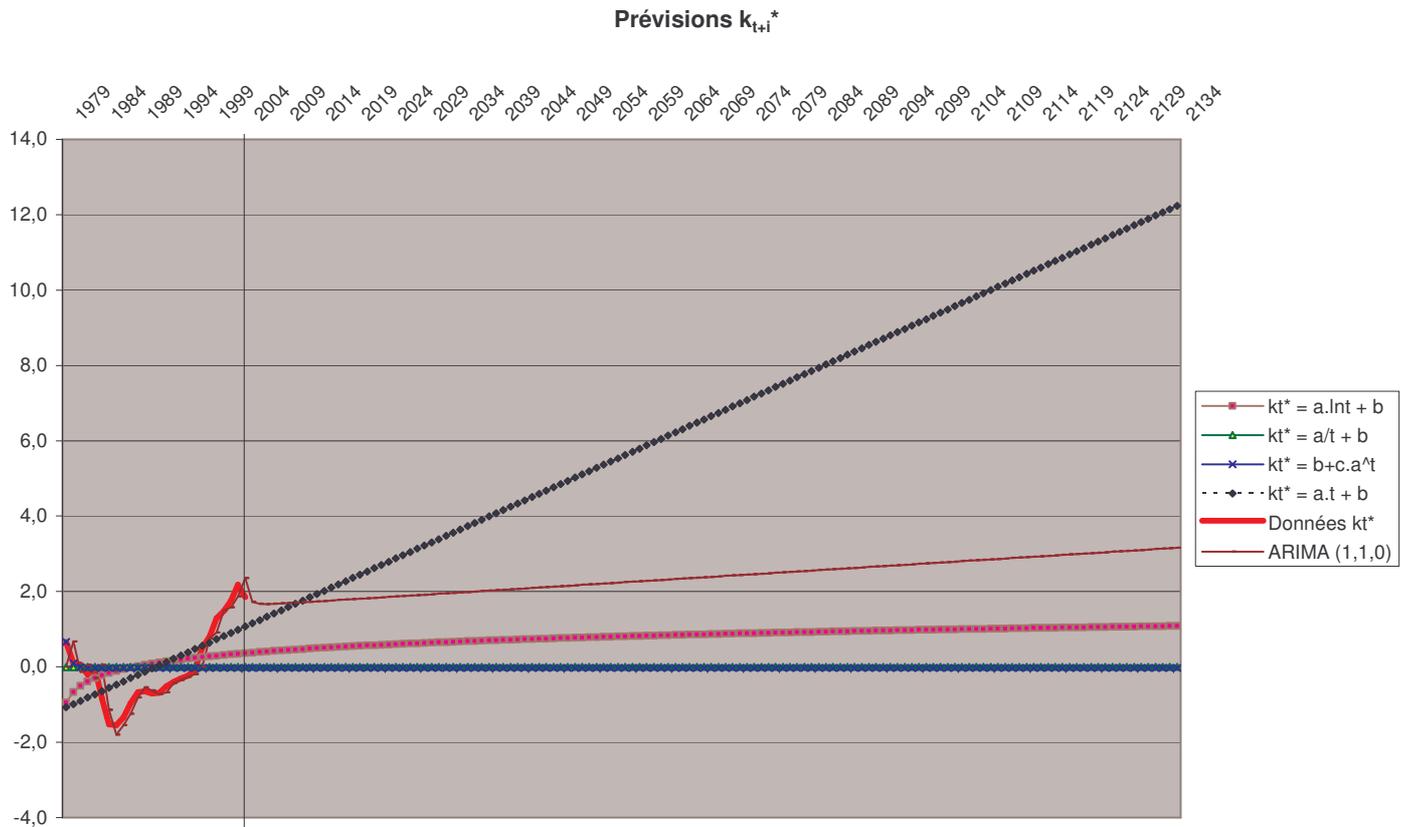
Modèles	AIC	SBC	Modèles	AIC	SBC
ARIMA(0,1,0)	19,34576	20,56463	ARIMA(2,1,2)	non convergent	
ARIMA(1,1,0)	17,41489	19,85264	ARIMA(2,1,1)	21,02791	25,90341
ARIMA(0,1,1)	18,47201	20,90976	ARIMA(1,1,2)	19,63783	24,51333
ARIMA(1,1,1)	19,28672	22,94335	ARIMA(3,1,3)	23,4759	32,00803
ARIMA(2,1,0)	19,22365	22,88028	ARIMA(3,1,0)	20,91753	25,79303
ARIMA(0,1,2)	18,05661	21,71324	ARIMA(0,1,3)	19,42606	24,30156

Graphique 6a - kt* - ARIMA(1,1,0) - Maladies du syst. nerveux et des org. des sens



Légende : série des kt* prévisions L95% U95% SAS 9.1

Graphique 6b - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA – Maladies du syst. nerveux et des org. des sens.



Encore une fois, le modèle non linéaire a une tendance à la divergence. Il est confondu avec le modèle linéaire sur le graphique.

VII. Maladie de l'appareil circulatoire

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

						-4,49	4,00		
						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*			
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,38)$	98,13% F=(1 261)	-0,35 $\sigma_a=(0,01)$	4,71 $\sigma_b=(0,15)$	/	-49,68	4,36		
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,09)$	84,24% F=(128,26)	-2,95 $\sigma_a=(0,26)$	6,95 $\sigma_b=(0,65)$	/	-8,23	6,95		
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,09)$	42,24% F=(17,55)	8,60 $\sigma_a=(2,05)$	-1,27 $\sigma_b=(0,51)$	/	-1,22	7,32		
4 Non linéaire	$kt^* = b + c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,35)$	98,36% F=(1 443)	0,99 (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	-25,01 $\sigma_b=(0,66)$	30,04 $\sigma_c=(0,79)$	-22,29	4,61	x	
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2				
ARIMA (1,1,0)	-0,33	-0,48	0,00	0,00	0,00	-46,88	4,00		

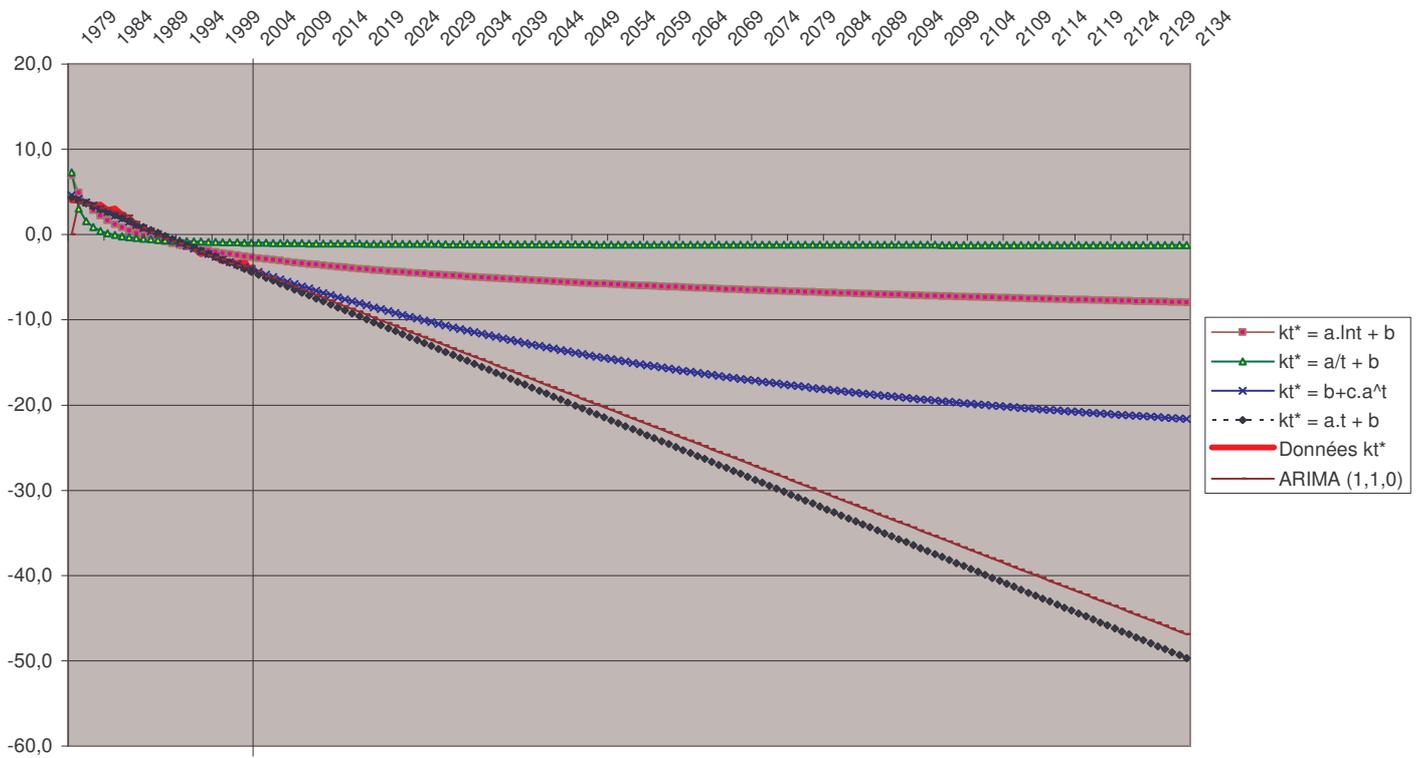
$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 \hat{k}_{t-1}^* + \alpha_2 \hat{k}_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,49 - 0,48 kt-1^* + \epsilon_t$$

Le modèle non linéaire $k_t^* = b + c \times a^t + \epsilon_t$ est retenu pour prévoir les décès liés aux maladies cardiaques. Si la tendance est à la baisse, il semble préférable de tableer sur une décroissance progressivement ralentie plutôt que sur un modèle linéaire avec cette catégorie de causes.

Graphique 7 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Troubles mentaux et du comportement.

Prévisions k_{t+i}^*



VIII. Maladies de l'appareil respiratoire

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

						-9,67	5,35	Analyse sur prévisions k_{t+i}^*	
						Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1	Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$	42,26%	-0,32	4,33	/	-45,72	4,01	x
		$okt=(2,93)$	$F=(17,57)$	$\sigma a=(0,08)$	$ob=(1,18)$				
2	Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$	25,65%	-2,28	5,38	/	-6,37	5,38	
		$okt=(3,32)$	$F=(8,28)$	$\sigma a=(0,79)$	$ob=(1,98)$				
3	Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$	8,08%	5,27	-0,78	/	-0,75	4,49	
		$okt=(3,69)$	$F=(2,11)$	$\sigma a=(3,63)$	$ob=(0,90)$				
4	Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$	42,26%	0,9999999	-3 210 449	3 210 454	-50,89	4,01	
		$okt=(2,93)$	$F=(17,57)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	$\sigma b=(765 721)$	$\sigma c=(765 722)$				
ARIMA		μ	$\alpha 1$	$\alpha 2$	$\theta 1$	$\theta 2$			
5	ARIMA (0,1,1)	-0,38				0,53	-57,26	5,35	

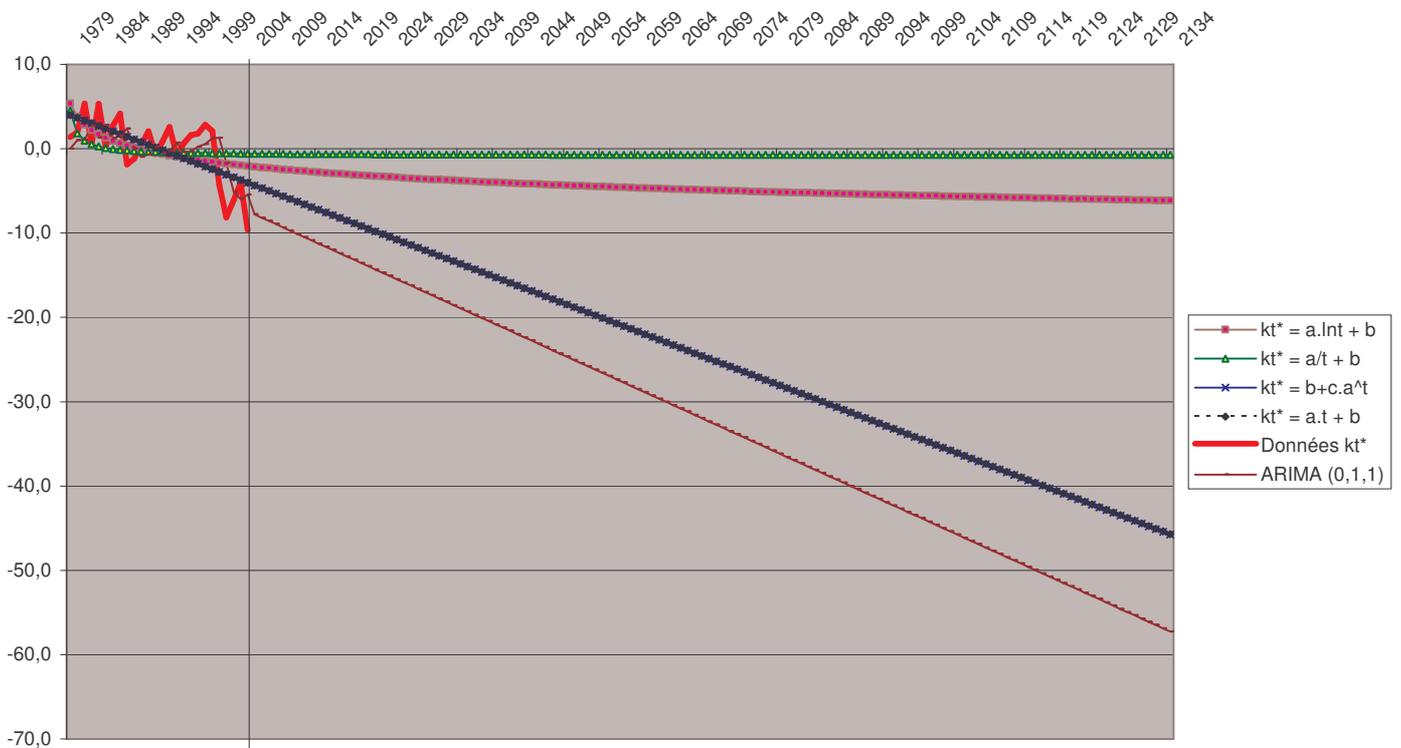
$$k_t^* - k_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,38 - 0,53 \epsilon t-1 + \epsilon t$$

Ce risque est en forte baisse sur les dernières années d'historique. Les modèles ARIMA testés ne sont pas satisfaisants sur cette catégorie. Au final, la tendance linéaire $k_t^* = a \times t + b + \epsilon_t$ a été retenue pour la prévision des décès liés aux maladies de l'appareil respiratoire.

Graphique 8 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies de l'appareil respiratoire.

Prévisions k_{t+i}^*



On notera que sur ce graphique les équations linéaires et non linéaires sont une nouvelle fois confondues.

IX. Maladies de l'appareil digestif

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-6,18	6,19
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,59)$ $r^2=(1\ 035,99)$	97,74%	-0,50 $\sigma_a=(0,02)$	6,73 $\sigma_b=(0,24)$	/	-71,03	6,23	
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,39)$ $F=(167,88)$	87,49%	-4,31 $\sigma_a=(0,33)$	10,14 $\sigma_b=(0,83)$	/	-12,02	10,14	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,88)$ $F=(20,93)$	46,59%	12,93 $\sigma_a=(2,83)$	-1,92 $\sigma_b=(0,70)$	/	-1,84	11,01	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,49)$ $r^2=(1\ 510,98)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	98,44%	0,98 $\sigma_b=(0,52)$	-19,87 $\sigma_c=(0,71)$	27,45	-19,52	6,90	x
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (0,1,2)	-0,50	0,00	0,00	0,28	0,72	-71,27	6,19	

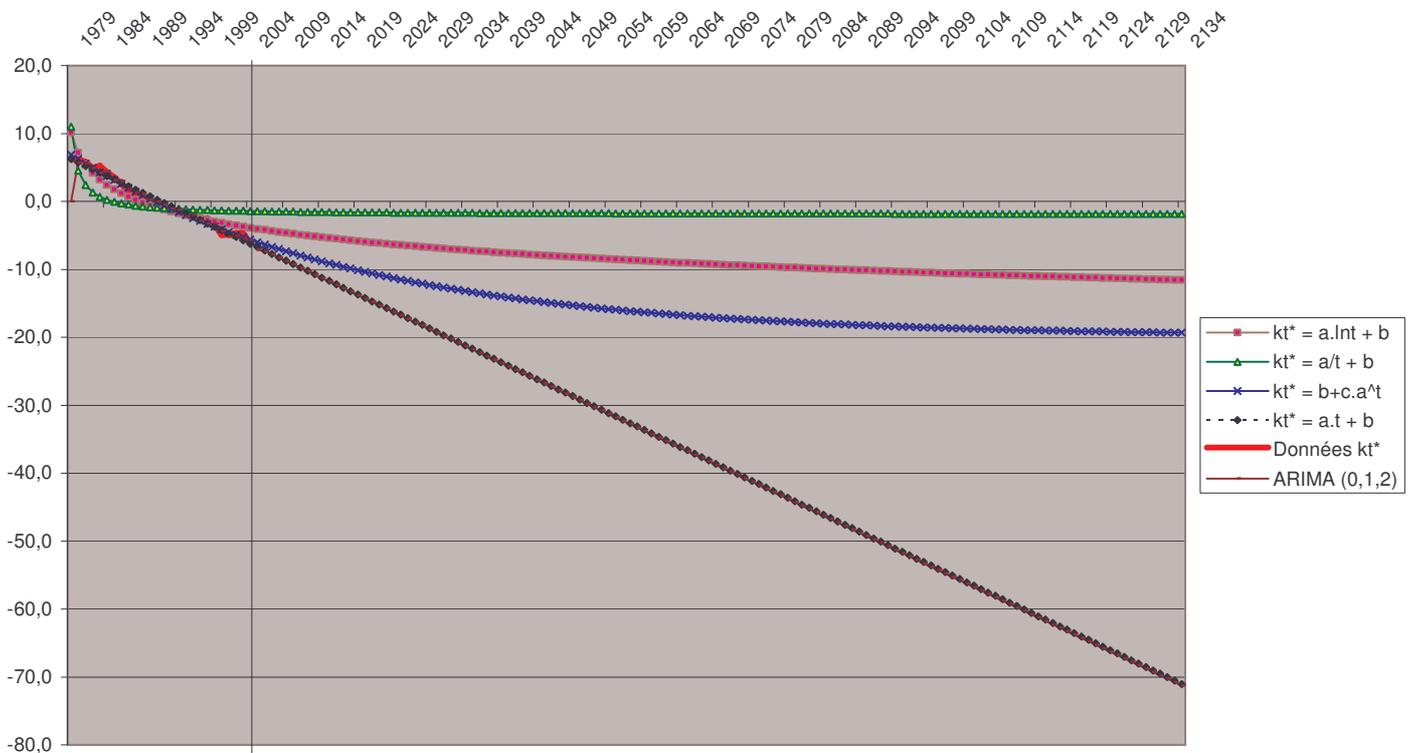
$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 \hat{k}_{t-1}^* + \alpha_2 \hat{k}_{t-2}^* - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,50 - 0,28 \text{ et } -1 - 0,72 \text{ et } -2 + \varepsilon_t$$

Le modèle non linéaire $k_t^* = b + c \times a^t + \varepsilon_t$ est sélectionné pour la catégorie des maladies de l'appareil digestif. La tendance retenue est bien plus proche du modèle n°2 sans asymptote que du modèle linéaire n°1 sur l'horizon de prévision.

Graphique 9 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies de l'appareil digestif.

Prévisions k_{t+i}^*



On constate en particulier que modèles linéaires et ARIMA sont confondus pour ce risque.

X. Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-12,88 4,35

						Analyse sur prévisions $k_{t,i}^*$		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$ $\sigma kt=(2,68)$ $F=(14,67)$	37,94%	-0,27	3,62	/	-38,18	3,35	x
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$ $\sigma kt=(3,04)$ $F=(6,02)$	20,05%	-1,78	4,19	/	-4,96	4,19	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$ $\sigma kt=(3,30)$ $F=(1,39)$	5,49%	3,83	-0,57	/	-0,55	3,26	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$ $\sigma kt=(2,68)$ $F=(14,67)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	37,94%	0,9999999	-2 681 262	2 681 266	-42,50	3,35	
				$\sigma b=(699\ 735)$	$\sigma c=(699\ 736)$			
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (0,1,2)	-0,34	0,00	0,00	0,90	-0,59	-51,81	4,35	

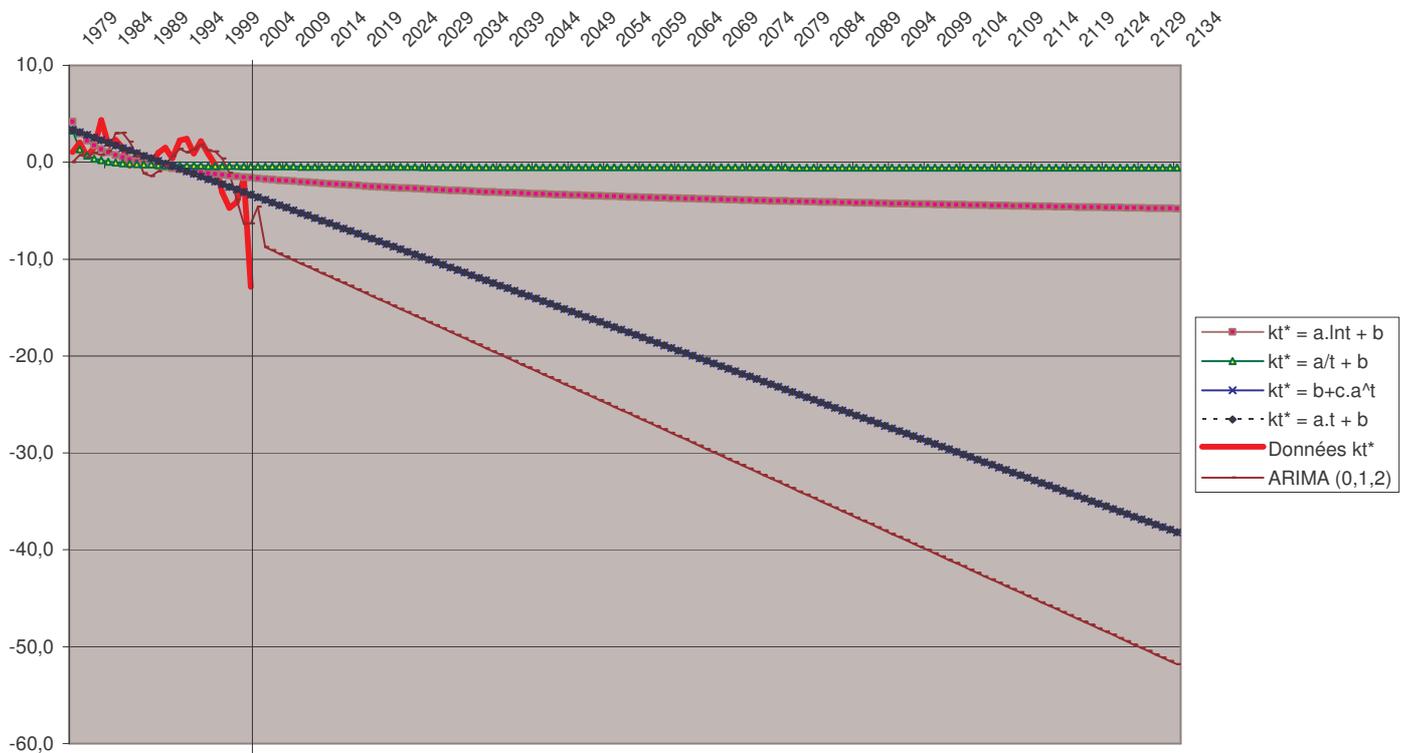
$$k_t^* - k_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,34 - 0,90 \epsilon t-1 + 0,59 \epsilon t-2 + \epsilon t$$

Cette catégorie est en forte baisse sur l'historique comme celle des maladies de l'appareil respiratoire. Aucun modèle ARIMA testé n'étant satisfaisant, l'équation linéaire $k_t^* = a \times t + b + \epsilon_t$ a été retenue pour modéliser la grande cause des décès par infection de la peau.

Graphique 10 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané.

Prévisions k_{t+i}^*



XI. Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-3,14	3,92
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,12)$	4,33%	-0,06	0,78	/	-8,23	0,72	
		F=(1,09)	$\sigma_a=(0,06)$	$\sigma_b=(0,86)$				
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,10)$	6,09%	-0,63	1,47	/	-1,75	1,47	
		F=(1,56)	$\sigma_a=(0,50)$	$\sigma_b=(1,25)$				
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,04)$	11,59%	3,55	-0,53	/	-0,51	3,02	
		F=(3,15)	$\sigma_a=(2,00)$	$\sigma_b=(0,50)$				
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,12)$	4,33%	0,9999999	-578 099	578 099	-9,16	0,72	
		F=(1,09)	(si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	$\sigma_b=(554176)$	$\sigma_c=(554176)$			
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2			
ARIMA (1,0,2)	3,75	0,88	0,00	0,00	-0,78	-3,14	4,58	x

$$k_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

avec : $\theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$

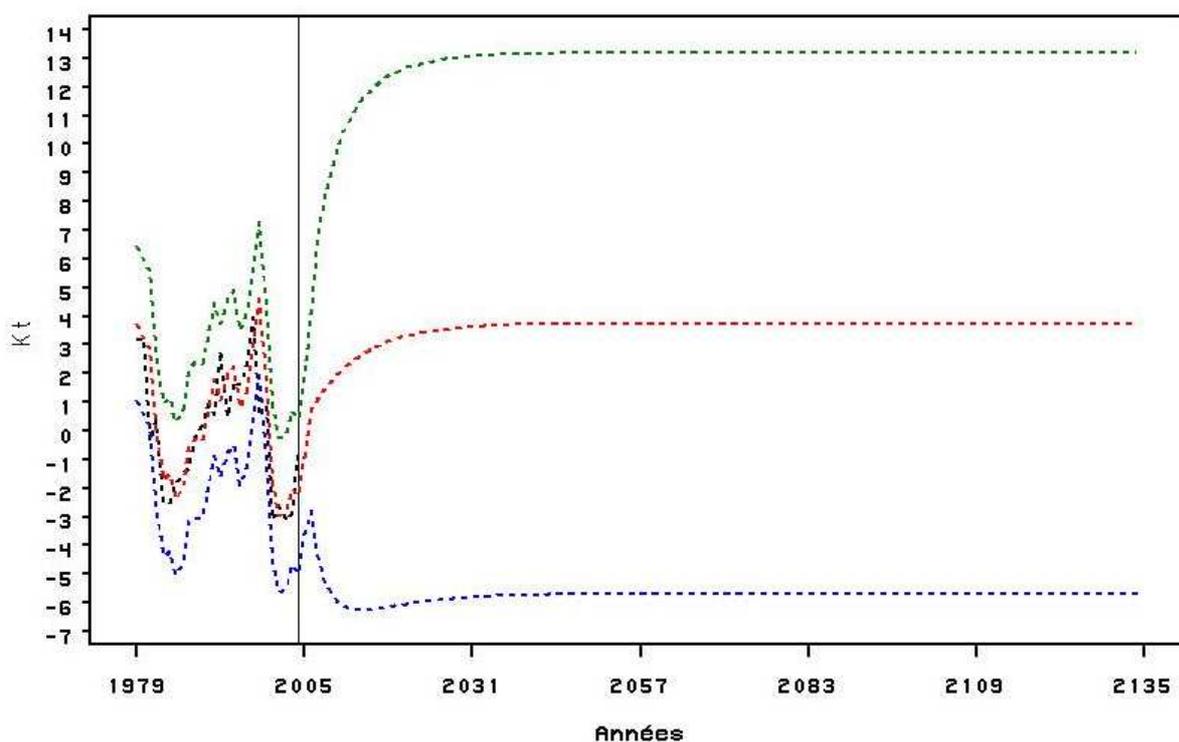
$$kt^* = 0,45 + 0,88 kt-1^* + 0,78 \epsilon t-2 + \epsilon t$$

Cette grande cause est particulièrement difficile à modéliser comme on peut l'observer à la lecture des faibles coefficients R². Le processus ARIMA (1,0,2) a été sélectionné car c'est celui qui ajuste le mieux les k_t^* . Il prédit une stabilité à long terme après une légère hausse des décès liés aux maladies musculaires et articulaires.

Tableau 5 – Statistiques ARIMA - catégorie 11

Modèles	AIC	SBC	Modèles	AIC	SBC
ARIMA(0,0,0)	113,8966	115,1547	ARIMA(2,0,2)	96,57897	102,8695
ARIMA(1,0,0)	101,4661	103,9822	ARIMA(2,0,1)	100,3936	105,426
ARIMA(0,0,1)	107,1877	109,7039	ARIMA(1,0,2)	92,92928	96,70357
ARIMA(1,0,1)	103,3333	107,1076	ARIMA(3,0,3)	100,2399	109,0466
ARIMA(2,0,0)	102,8849	106,6592	ARIMA(3,0,0)	101,202	106,2344
ARIMA(0,0,2)	102,1616	105,9359	ARIMA(0,0,3)	98,7921	103,8245

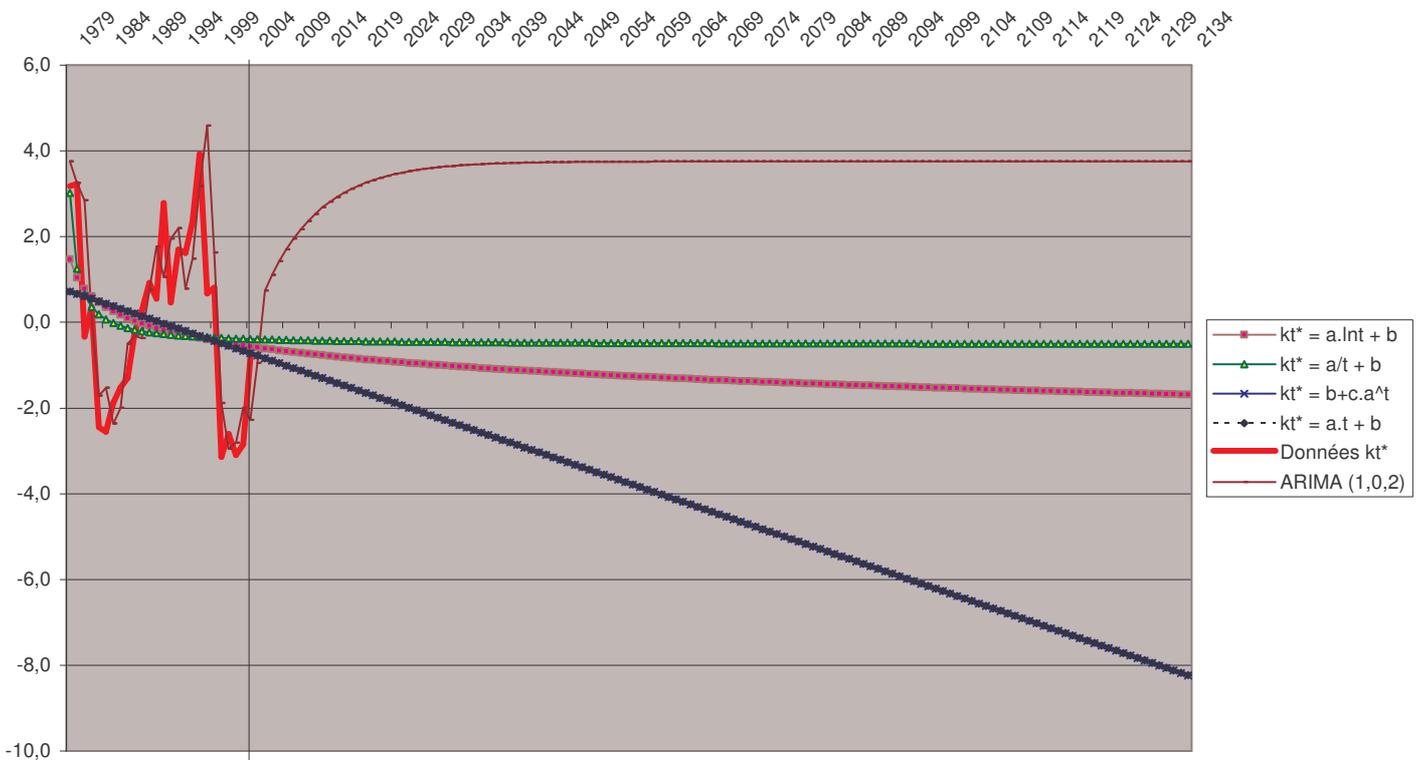
Graphique 11a - kt* - ARIMA(1,0,2) - Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.



Légende : série des kt* prévisions L95% U95% SAS 9.1

Graphique 11b - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.

Prévisions k_{t+i}^*



XII. Maladies de l'appareil génito-urinaire

Rappel min et max sur données $k_{1979-k_{2004}}$:

						-4,98	8,31			
						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*				
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979-k_{2134}}$	Max $k_{1979-k_{2134}}$	Choix		
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,10)$	72,59% F=(63,55)	-0,44 $\sigma_a=(0,05)$	5,90 $\sigma_b=(0,85)$	/	-62,23	5,46			
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,41)$	87,59% F=(169,46)	-4,38 $\sigma_a=(0,34)$	10,32 $\sigma_b=(0,84)$	/	-12,22	10,32			
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(2,47)$	61,95% F=(39,08)	15,16 $\sigma_a=(2,43)$	-2,25 $\sigma_b=(0,60)$	/	-2,16	12,91			
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,12)$	92,11% F=(280,12) (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	0,87	-3,84 $\sigma_b=(0,32)$	15,49 $\sigma_c=(0,93)$	-3,84	9,61	x		
ARIMA						μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2
5 ARIMA (1,0,0)		7,40	1,00	0,00	0,00	0,00	-4,98	8,31		

$$k_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

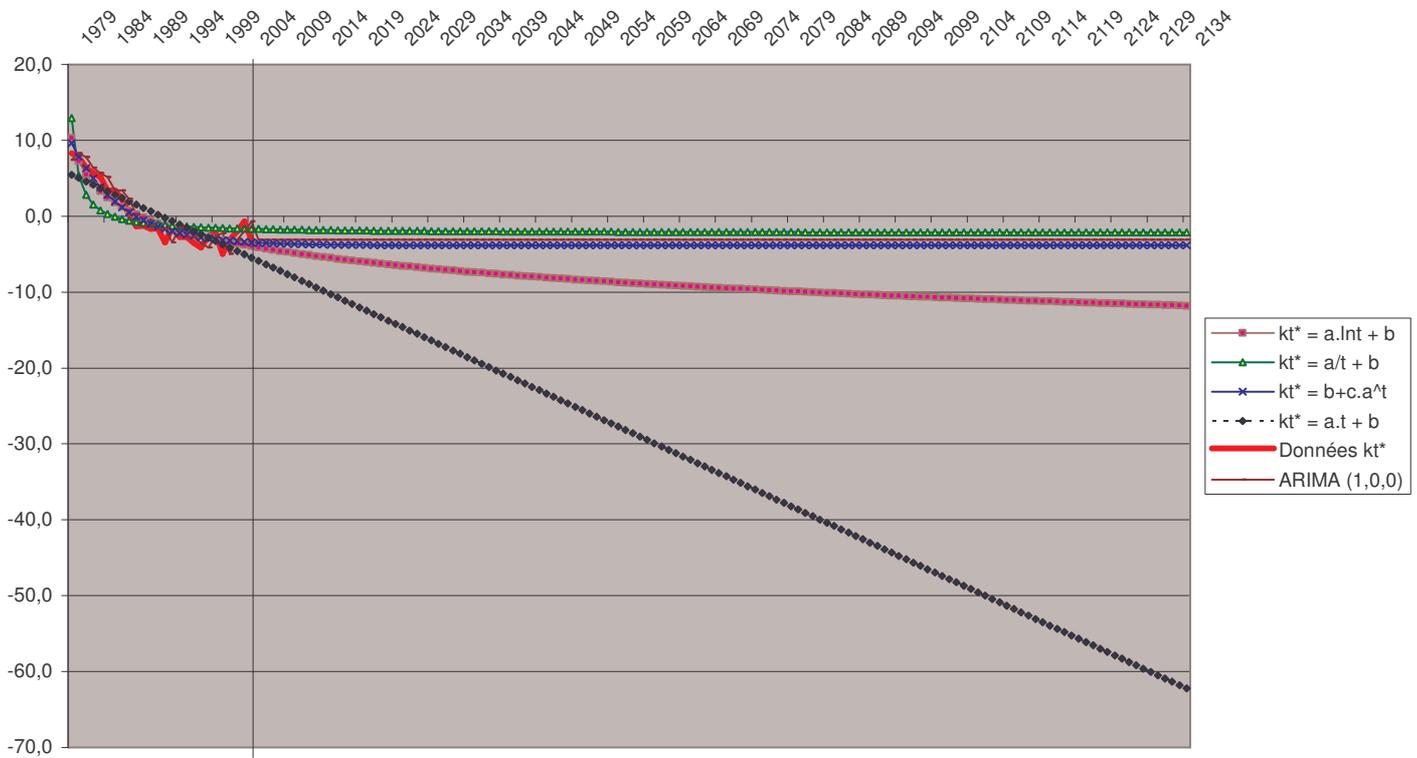
avec : $\theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$

$$kt^* = kt-1^* + \epsilon_t$$

Ce risque est en baisse avec un ralentissement marqué sur les dernières années de notre historique. La modélisation non linéaire tend vers un plancher proche de celui du modèle avec asymptote n°3. Elle a été sélectionnée pour prévoir la composante temporelle des décès liés aux maladies de l'appareil génito-urinaire.

Graphique 12 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Maladies de l'appareil génito-urinaire.

Prévisions k_{t+i}^*



On remarquera que les modèles non linéaire, avec asymptote et ARIMA sont ici très proches.

XIII. Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

	-2,05	2,05
--	-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*				
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix		
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,66)$	71,52% F=(60,27)	-0,13 $\sigma_a=(0,02)$	1,81 $\sigma_b=(0,27)$	/	-19,10	1,68	x		
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,79)$	58,75% F=(34,18)	-1,11 $\sigma_a=(0,19)$	2,61 $\sigma_b=(0,47)$	/	-3,10	2,61			
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,06)$	26,11% F=(8,48)	3,04 $\sigma_a=(1,04)$	-0,45 $\sigma_b=(0,26)$	/	-0,43	2,59			
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,66)$	71,52% F=(60,27)	0,9999998 (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	-825 261 $\sigma_b=(106\ 302)$	825 263 $\sigma_c=(106\ 302)$	-21,24	1,68			
ARIMA						μ	α_1	θ_1	θ_2	θ_3
5 ARIMA (0,1,3)		-0,12	0,00	0,37	0,00	0,63	-16,92	2,05		

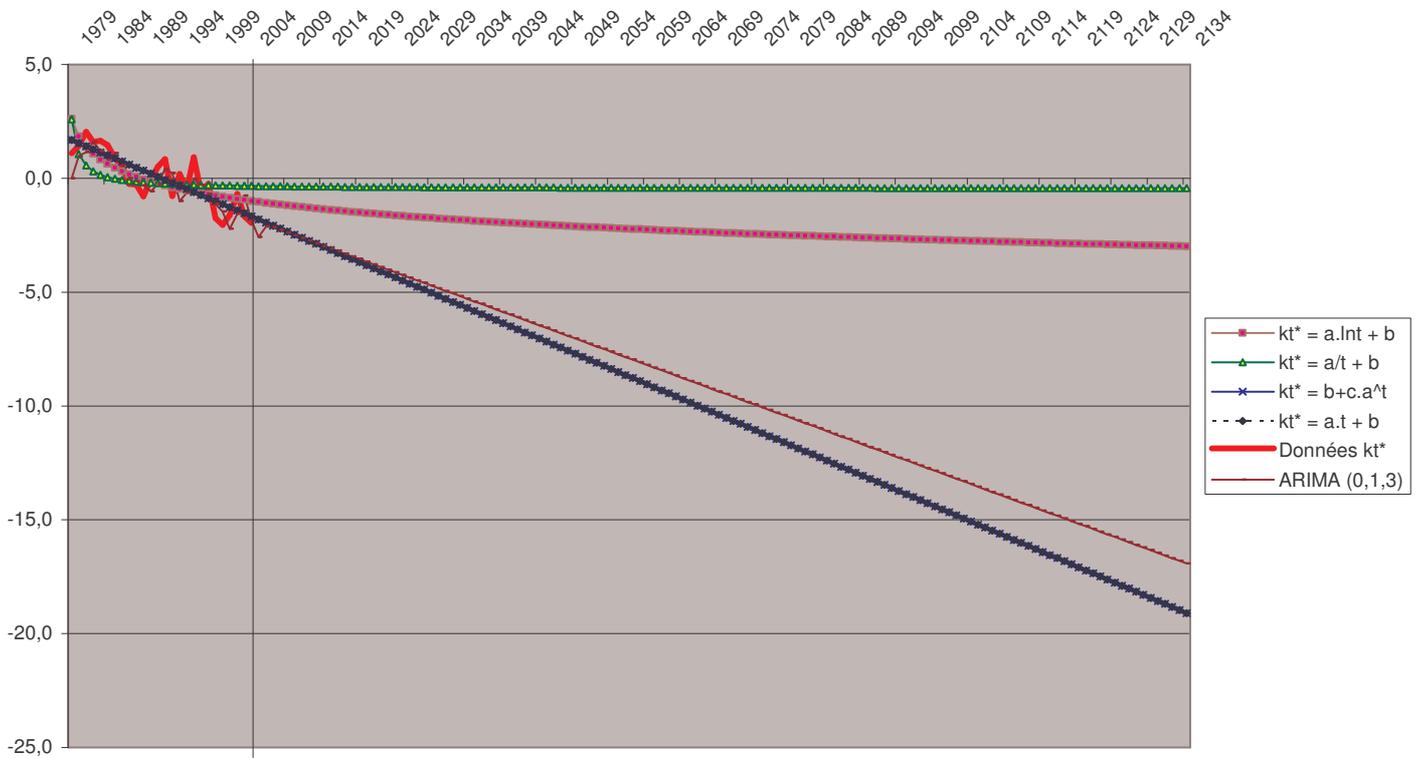
$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} - \theta_3 \epsilon_{t-3} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,12 - 0,37 \epsilon_{t-1} - 0,63 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t$$

Pour cette grande cause de décès affectant les femmes en âge de procréer, seules les classes d'âge allant de 15 à 55 ans sont réellement concernées. La tendance est à la baisse et l'équation linéaire $k_t^* = a \times t + b + \epsilon_t$ a été retenue pour modéliser les sinistres liés aux complications de grossesse. On notera que la tendance est proche de celle donnée par le modèle moyenne mobile d'ordre 3 ARIMA (0,1,3).

Graphique 13 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité.

Prévisions k_{t+i}^*



XIV. Certaines infections de la période périnatale

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-1,98	3,15
-------	------

Régression	Formule	R ²	a	b	c	Analyse sur prévisions $k_{t,i}^*$		Choix
						Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,05)$ $F=(9,01)$	27,29%	-0,08	1,12	/	-11,77	1,03	
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,82)$ $F=(30,20)$	55,72%	-1,08	2,54	/	-3,01	2,54	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,76)$ $F=(39,13)$	61,98%	4,68	-0,69	/	-0,67	3,98	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,64)$ $F=(64,91)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	73,01%	0,73	-0,57	5,62	-0,57	3,51	x
5 ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2	-1,98	3,15	
ARIMA (1,0,0)	3,14	1,00	0,00	0,00	0,00			

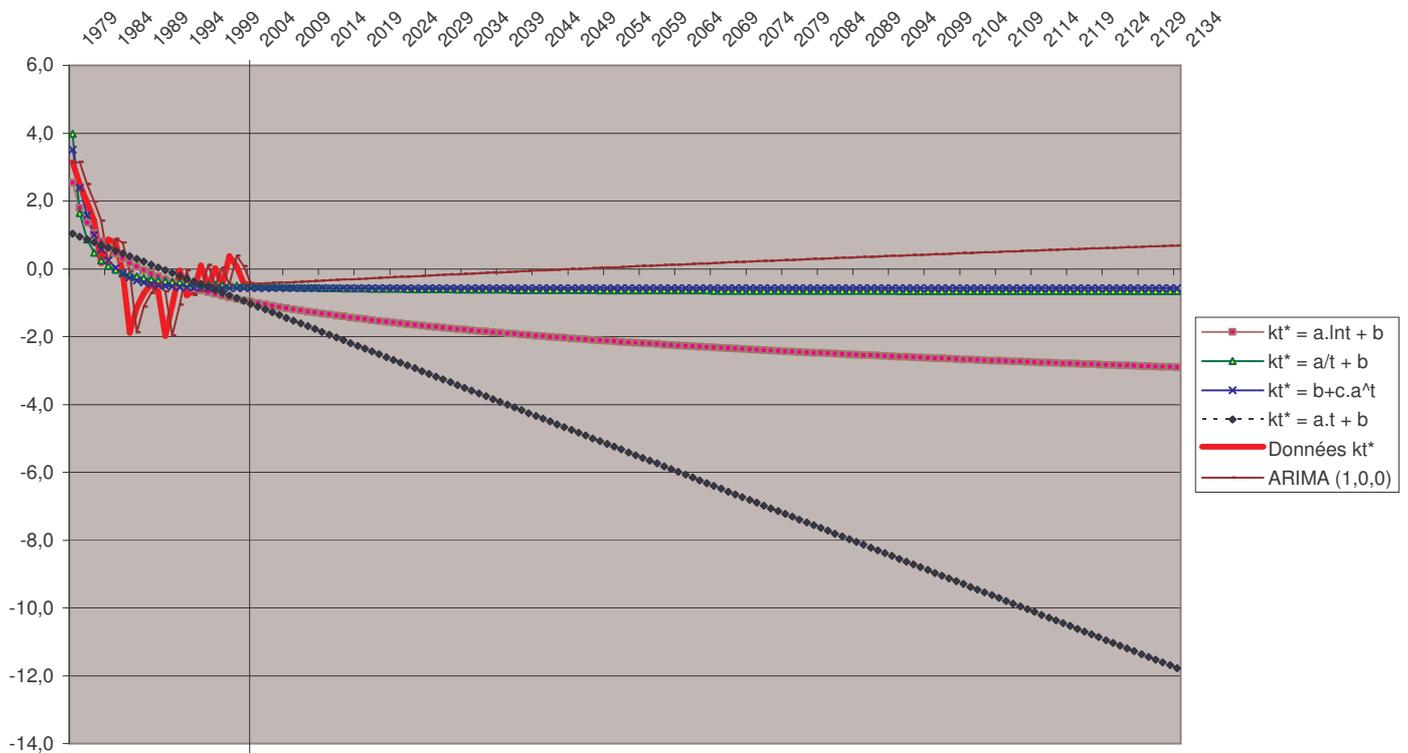
$$k_t^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* = 0,01 + kt-1^* + \epsilon_t$$

Cette catégorie de risques concerne essentiellement la classe d'âge des moins d'un an. La modélisation non linéaire $k_t^* = b + c \times a^t + \epsilon_t$ a été sélectionnée pour anticiper une stabilité de ce risque sur le long terme.

Graphique 14 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Certaines infections de la période périnatale.

Prévisions k_{t+i}^*



XV. Malformations congén. et anom. chromosomiques

Rappel min et max sur données k_{1979} - k_{2004} :

						-2,47	3,20		
						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*			
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min k_{1979} - k_{2134}	Max k_{1979} - k_{2134}	Choix	
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,58)$	89,33%	-0,22	2,91	/	-30,70	2,69		
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,70)$	84,35%	-1,91	4,50	/	-5,34	4,50		
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,32)$	45,06%	5,75	-0,85	/	-0,82	4,90		
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,47)$	92,94%	0,95	-3,99	7,80	-3,99	3,38	x	
						F=(201,02) $\sigma_a=(0,02)$ $\sigma_b=(0,23)$			
						F=(129,38) $\sigma_a=(0,17)$ $\sigma_b=(0,42)$			
						F=(19,69) $\sigma_a=(1,30)$ $\sigma_b=(0,32)$			
						F=(315,88) (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable) $\sigma_b=(0,24)$ $\sigma_c=(0,44)$			
ARIMA	μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2				
5 ARIMA (0,1,1)	-0,20	0,00	0,00	0,54	0,00	-27,65	3,20		

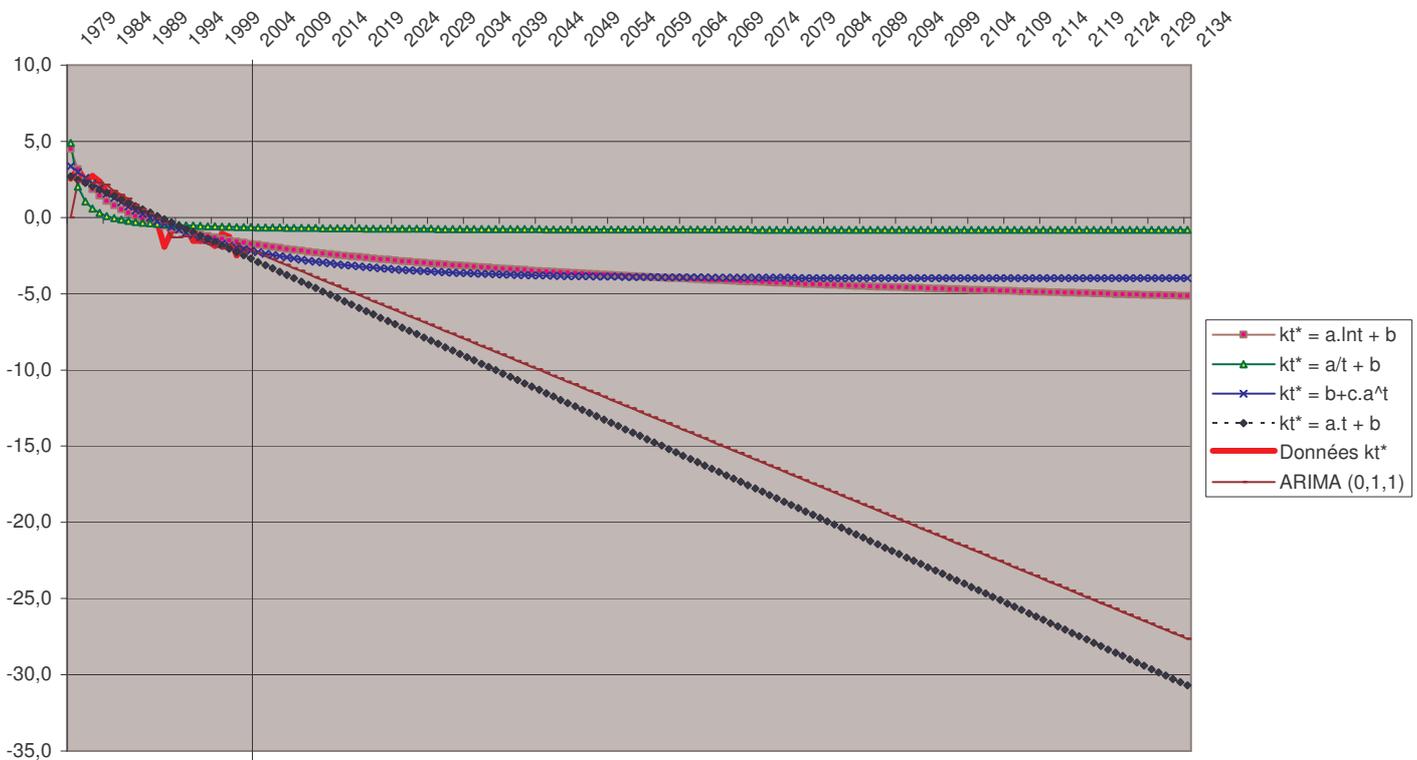
$$k_t^* - k_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,20 - 0,54 \epsilon t-1 + \epsilon t$$

La catégorie des décès liés aux malformations et anomalies chromosomiques suit une tendance décroissante régulière et légèrement ralentie sur les dernières années de l'historique. Le modèle non linéaire n°4 a été retenue et se caractérise par une décroissance jusqu'à un niveau plancher pour les décès attendus à long terme. Les résultats sont ici proches de ceux du modèle n°2 sans asymptote.

Graphique 15 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Malformations congén. et anom. chromosomiques.

Prévisions k_{t+i}^*



XVI. Symptômes et états morbides mal définis

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

-3,18	3,83
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R ²	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1 Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,14)$ $F=(83,93)$	77,76%	-0,27	3,68	/	-38,84	3,41	
2 Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,17)$ $F=(77,95)$	76,46%	-2,47	5,81	/	-6,89	5,81	
3 Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,86)$ $F=(16,40)$	40,59%	7,40	-1,10	/	-1,05	6,30	
4 Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,94)$ $F=(134,85)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	84,89%	0,93	-3,84	9,19	-3,84	4,68	x
5 ARIMA	μ	α_1	θ_1	θ_2	θ_3			
ARIMA (0,1,3)	-0,06	0,00	0,70	0,00	-0,71	-9,47	3,83	

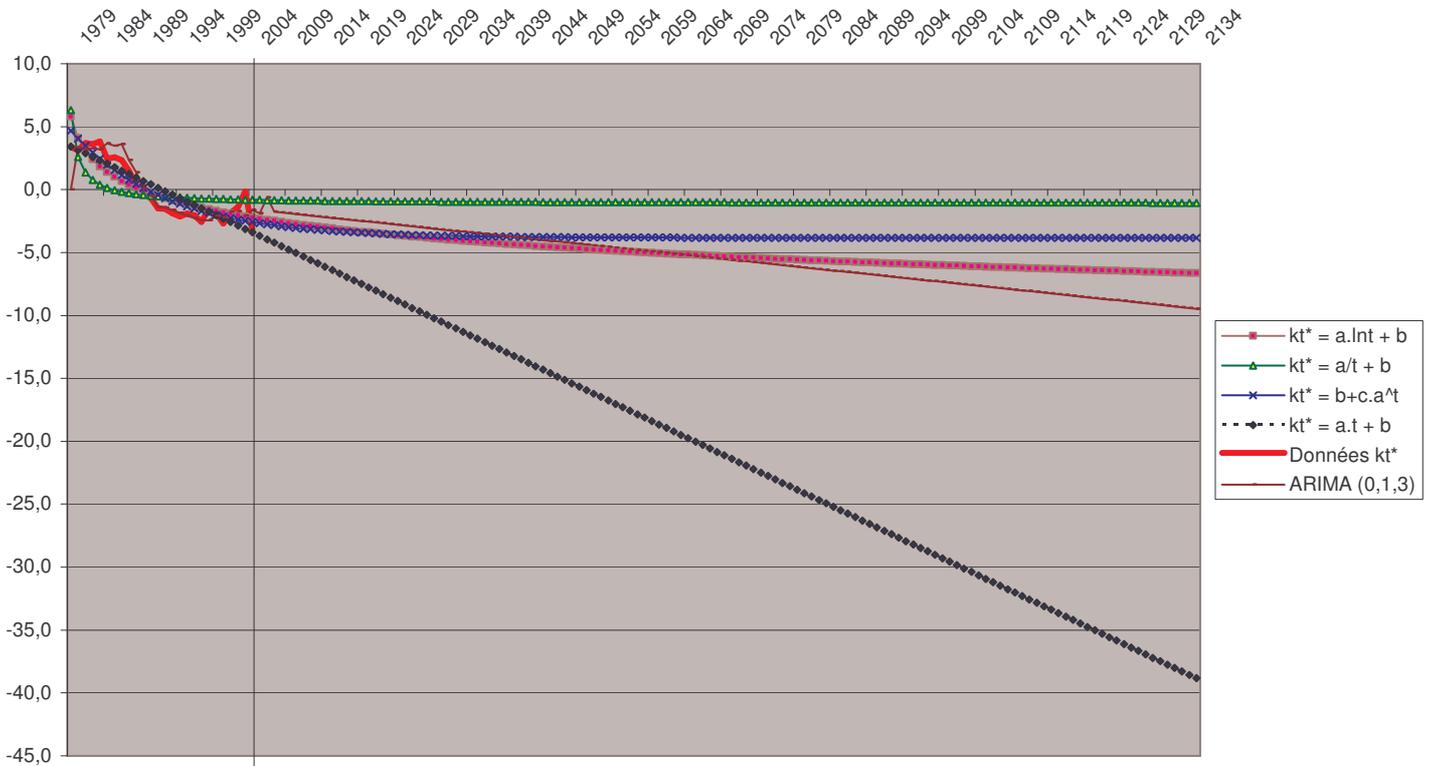
$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} - \theta_3 \epsilon_{t-3} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,06 - 0,70 \epsilon_{t-1} + 0,71 \epsilon_{t-3} + \epsilon_t$$

Cette grande cause regroupe l'ensemble des décès de sexe féminin non expliqués par les 16 autres catégories. Elle représente environ 7,0% des décès sur l'historique, ce qui est déjà significatif. Comme la précédente catégorie, la modélisation non linéaire permet de prévoir un net ralentissement dans la baisse des décès futurs attendus.

Graphique 16 - kt* - Modèles de régression et processus ARIMA - Symptômes et états morbides mal définis.

Prévisions k_{t+i}^*



XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

	-5,52	4,31
--	-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*			
						Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix	
1	Linéaire	$kt^* = a.t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(0,52)$	96,96% $F=(764,34)$	-0,37 $\sigma_a=(0,01)$	5,04 $\sigma_b=(0,21)$	/	-53,16	4,66	
2	Sans asymptote	$kt^* = a.lnt + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(1,28)$	81,15% $F=(103,35)$	-3,12 $\sigma_a=(0,31)$	7,34 $\sigma_b=(0,76)$	/	-8,70	7,34	
3	Avec asymptote	$kt^* = a/t + b + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(2,29)$	40,19% $F=(16,13)$	9,03 $\sigma_a=(2,25)$	-1,34 $\sigma_b=(0,56)$	/	-1,29	7,69	
4	Non linéaire	$kt^* = b+c.a^t + \epsilon t$ $\sigma_{kt}=(0,52)$	96,96% $F=(765,73)$ (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	0,998 $\sigma_b=(6,28)$	-173,75 $\sigma_c=(6,46)$	178,84	-50,14	4,70	x
5	ARIMA ARIMA (0,1,1)	μ -0,35	α_1 0,00	α_2 0,00	θ_1 1,00	θ_2 0,00	-50,26	4,31	

$$\hat{k}_t^* - \hat{k}_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 \hat{k}_{t-1}^* + \alpha_2 \hat{k}_{t-2}^* - \theta_1 \epsilon_{t-1} - \theta_2 \epsilon_{t-2} + \epsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

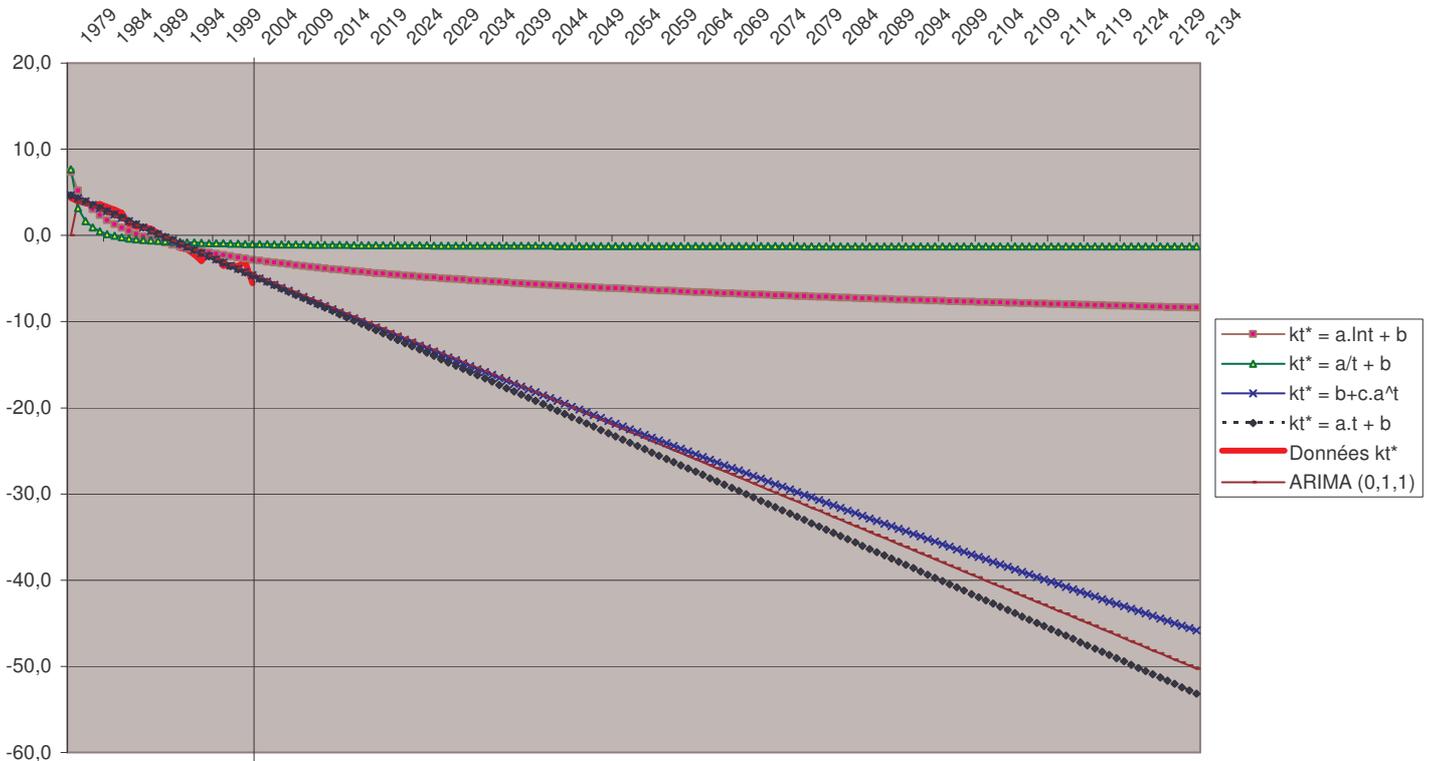
$$kt^* - kt-1^* = -0,35 - 1,00 \epsilon t-1 + \epsilon t$$

Cette dernière grande cause est celle qui est la mieux représentée par la modélisation Lee-Carter (ratio d'inertie de plus de 60%²¹). La composante temporelle est ici décroissante et très linéaire. La régression non linéaire n°4 a été préférée à une modélisation linéaire ou un processus moyenne mobile d'ordre 1 ARIMA (0,1,1) même si les 3 résultats sont proches.

²¹ cf. section 1.1 de ce chapitre.

Graphique 17 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Causes externes de blessure et d'empoisonnement.

Prévisions k_{t+i}^*



2.2) Modélisation globale sans référence à la causalité des décès

Enfin, il est intéressant d'appliquer notre méthodologie à l'ensemble des causes médicales de décès féminin, comme c'est le cas pour la plupart des applications de type Lee-Carter ou dérivés en Assurance.

DECES TOUTES CAUSES CONFONDUES

Rappel min et max sur données $k_{1979}-k_{2004}$:

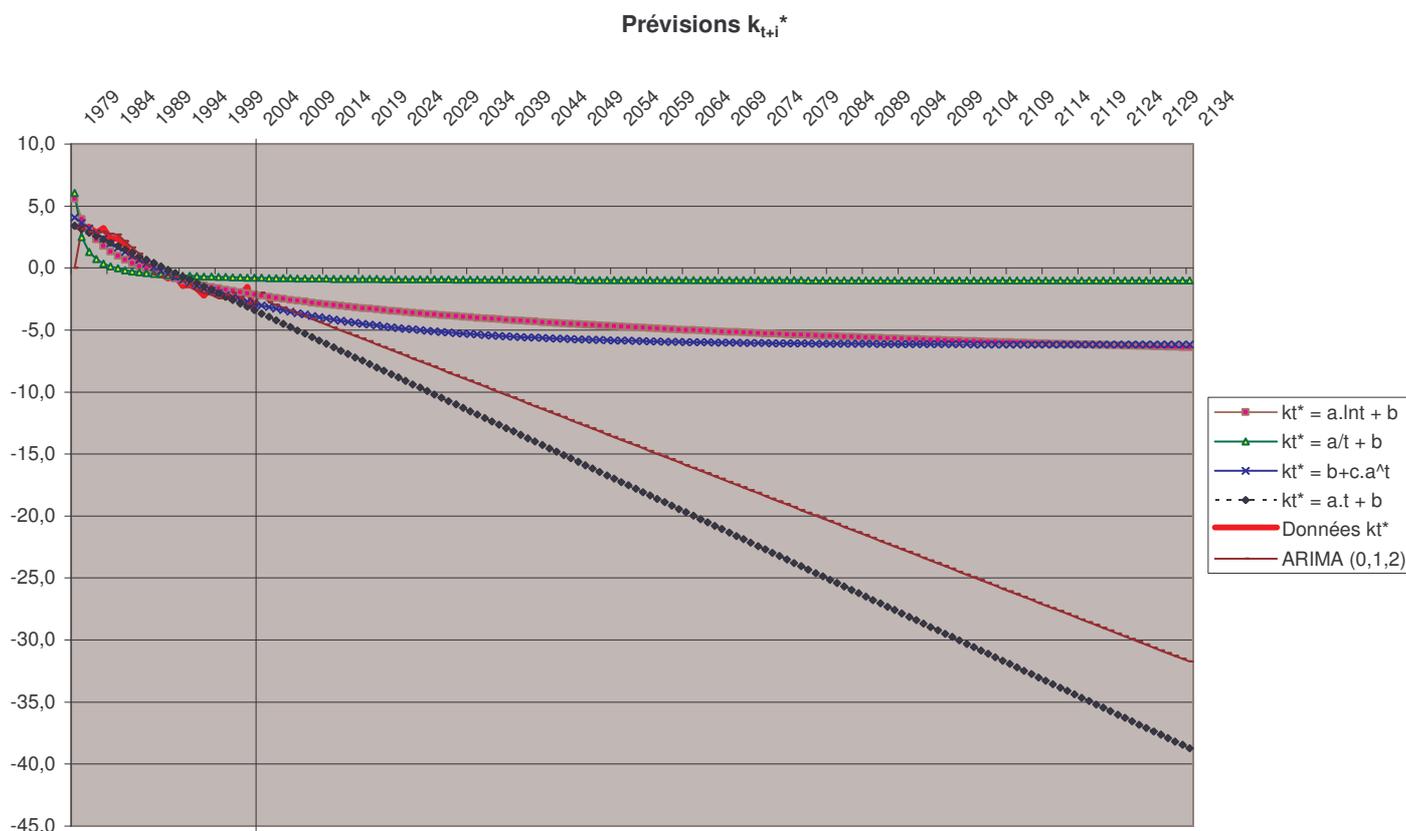
-3,42	3,34
-------	------

						Analyse sur prévisions k_{t+i}^*		
Régression	Formule	R^2	a	b	c	Min $k_{1979}-k_{2134}$	Max $k_{1979}-k_{2134}$	Choix
1	Linéaire $kt^* = a.t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,58)$	92,99% F=(318,15)	-0,27 $\sigma_a=(0,02)$	3,67 $\sigma_b=(0,24)$	/	-38,72	3,40	
2	Sans asymptote $kt^* = a.lnt + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,84)$	85,41% F=(140,44)	-2,38 $\sigma_a=(0,20)$	5,60 $\sigma_b=(0,50)$	/	-6,64	5,60	
3	Avec asymptote $kt^* = a/t + b + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(1,63)$	45,04% F=(19,67)	7,11 $\sigma_a=(1,60)$	-1,05 $\sigma_b=(0,40)$	/	-1,01	6,05	
4	Non linéaire $kt^* = b+c.a^t + \varepsilon_t$ $\sigma_{kt}=(0,47)$	95,41% F=(498,35)	0,96 (si $a \geq 1 \Rightarrow$ instable)	-6,19 $\sigma_b=(0,29)$	10,74 $\sigma_c=(0,48)$	-6,19	4,08	x
ARIMA		μ	α_1	α_2	θ_1	θ_2		
5	ARIMA (0,1,2)	-0,23	0,00	0,00	0,87	-0,77	-31,74	3,34

$$k_t^* - k_{t-1}^* = \theta_0 + \alpha_1 k_{t-1}^* + \alpha_2 k_{t-2}^* - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{avec : } \theta_0 = \mu(1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \dots - \alpha_p)$$

$$kt^* - kt-1^* = -0,23 - 0,87 \varepsilon_{t-1} + 0,77 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_t$$

Graphique 18 - kt^* - Modèles de régression et processus ARIMA - Toutes causes de décès de sexe féminin confondues.



Une approche prudente consisterait à retenir un modèle linéaire ou un processus ARIMA moyenne mobile pour extrapoler les k_t^* sur le long terme. Cependant, la modélisation n°2 "sans asymptote" n'est pas à exclure d'office avec un $R^2 > 85\%$. Au final, on observe que le modèle le plus représentatif des décès de sexe féminin en France, sans s'intéresser à la nature des causes, est un modèle non linéaire. Ce dernier est nettement plus proche d'un modèle de régression sur le logarithme du temps que d'un modèle linéaire.

→ Ce résultat est intéressant car il va à l'encontre des projections classiques de la composante temporelle dans les modélisations de type Lee-Carter ou dérivés.

Deux visions de la mortalité prospective sont donc envisageables à ce stade :

- 1) une mortalité qui décroît de façon linéaire sur le long terme (vision prudente),
- 2) une mortalité qui tend progressivement vers un niveau plancher et traduirait ainsi une limite à l'espérance de vie des femmes (vision rationnelle retenue ici).

Sans chercher à conclure à ce stade, il semble cohérent de penser que les deux visions coexistent :

- certaines grandes causes de décès décroissent de façon linéaire,
- d'autres catégories de risques ont des évolutions ralenties à la baisse,
- certaines catégories sont en croissance forte ou ralentie,
- enfin, certains risques sont difficilement modélisables à long terme.

En fonction des moyens humains et financiers disponibles pour la recherche médicale et le progrès sanitaire, les évolutions futures de la mortalité féminine semblent en parties aléatoires mais très certainement comprises entre ces deux grandes tendances.

Il apparaît nécessaire à ce stade de vérifier la cohérence des prévisions "toutes causes" avec le cumul des projections de chaque modèle. Ce contrôle ne peut pas être réalisé au niveau de l'analyse des composantes temporelles puisque le cumul des k_t n'a pas de sens. Il sera effectué sur l'ensemble de l'horizon d'analyse après calcul et redéploiement âge par âge des taux de décès dans le prochain chapitre.



CHAPITRE IV : FERMETURE ET PRESENTATION DES TABLES DE MORTALITE PROSPECTIVES FEMININES

Dans la suite de l'étude, nous utiliserons les projections cumulées de chacune 17 grandes causes médicales de décès pour construire les tables de mortalité prospectives féminines.

→ L'analyse par grandes catégories de causes s'arrête donc à cette étape de la modélisation Lee-Carter.

1) Redéploiement des taux de mortalité par âge et fermeture des tables

Calcul des taux de mortalité issus de la modélisation Lee-Carter

Les vecteurs α^* , $\hat{\beta}$ et k^* de chaque catégorie permettent de reconstituer :

a) Modèle Lee-Carter standard :

→ les taux instantanés de mortalité : $\mu_{xt} = \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)$

b) Modèle Lee-Carter logistique :

→ les taux bruts de mortalité : $q_{xt} = \frac{\exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)}{1 + \exp(\alpha_x + \beta_x \cdot k_t)}$

Ces taux de mortalité sur additionnés sur chacune des 17 grandes causes de décès, pour chaque année t ($t \in [1979 ; 2134]$) et pour chaque classe d'âge.

1.2) Transformation en taux de décès annuels pour tout âge x

Les taux de mortalité prospectifs ainsi obtenus sont donnés par tranche de longueur variable. Il convient donc pour les exploiter de les transformer en probabilités annuelles de décès.

→ On pose l'hypothèse d'une "évolution exponentielle de la mortalité entre deux classes d'âge".

Prenons par exemple l'année 1979 dans le cas du modèle Lee-Carter standard :

indice i	Classes d'âge	Age central x_i	$\mu_{xi,1979}$
1	<1 an	0,5	0,988%
2	1-4	3,0	0,048%
3	5-14	10,0	0,023%
4	15-24	20,0	0,052%
5	25-34	30,0	0,070%
6	35-44	40,0	0,135%
7	45-54	50,0	0,306%
8	55-64	60,0	0,653%
9	65-74	70,0	1,698%
10	75-84	80,0	5,827%
11	85-94	90,0	15,829%
12	95 et +	107,5	36,815%
13	Age limite	120,0	100,000%

Hypothèse : "mortalité exponentielle".

$$\mu_{x_i,1979} = b \times a^t \Leftrightarrow \ln(\mu_{x_i,1979}) = \ln(b) + t \cdot \ln(a)$$

Avec 2 points : ($x_2 = 3$; $\mu_{x_2,1979} = 0,048\%$) et ($x_3 = 10$; $\mu_{x_3,1979} = 0,023\%$), on résout un système permettant de déterminer les valeurs de a et b.

Au final :

$$a = \exp \left[\frac{\ln(\mu_{x_3,1979}) - \ln(\mu_{x_2,1979})}{(x_3 - x_2)} \right]$$

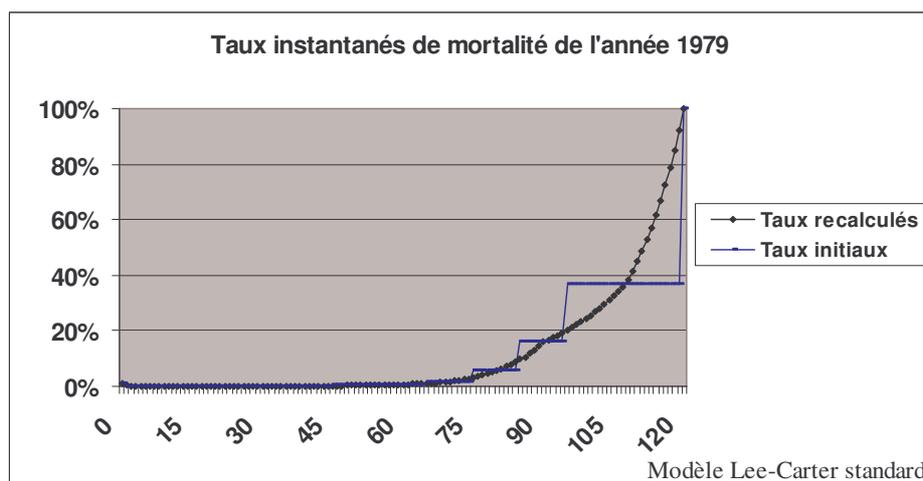
et $b = \exp[\ln(\mu_{x_2,1979}) - x_2 \times \ln(a)]$

Ces résultats sont appliqués sur l'ensemble des classes d'âge prises 2 à 2.

➔ On peut remarquer que cette étape de calcul des taux de décès par âge a pour conséquence d'aboutir à une première fermeture implicite des tables puisque l'on a fixé un âge ultime de 120 ans sur la dernière classe d'âge. Ce résultat n'est cependant pas déterminant car la véritable clôture des tables aura lieu au niveau de la section 1.5 de ce chapitre.

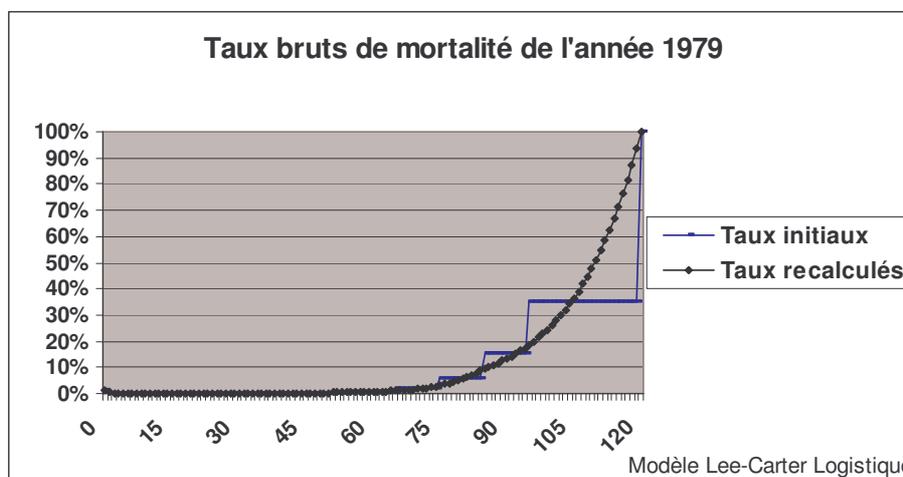
Les résultats de l'année 1979 se présentent de la façon suivante :

Graphique 1 – Taux instantanés de décès par âge de l'année 1979 - Modèles Lee-Carter standard.



Pour le modèle Lee-Carter logistique la différence vient du fait que l'on travaille directement sur les taux bruts de décès. Le graphique suivant présente les résultats équivalents :

Graphique 2 – Taux bruts de décès par âge de l'année 1979 - Modèles Lee-Carter logistique.



Cette opération est réalisée pour chacune des années t . On obtient ainsi pour les 2 modélisations Lee-Carter un tableau avec 121 lignes (âges 0 à 120 ans) et 156 colonnes (années 1979 à 2134).

1.3) Comparaison de la modélisation sans référence à la causalité des décès avec le cumul des modélisations par cause.

Le contrôle de la cohérence des projections de la composante temporelle k_t par causes avec l'approche globale est réalisé à ce stade pour chacune des deux méthodes Lee-Carter.

- ➔ Cette étape est indispensable car incidemment la construction d'une table "toutes causes" devrait donner des résultats proches de ceux obtenus par addition des projections par grande cause. Il s'agit également d'un test de cohérence global du modèle à causes de sorties multiples retenu dans cette étude.

Suite à l'éclatement par âge des taux de décès, on mesure les écarts de taux entre les approches par causes et "toutes causes", c'est-à-dire sans référence à la causalité des décès.

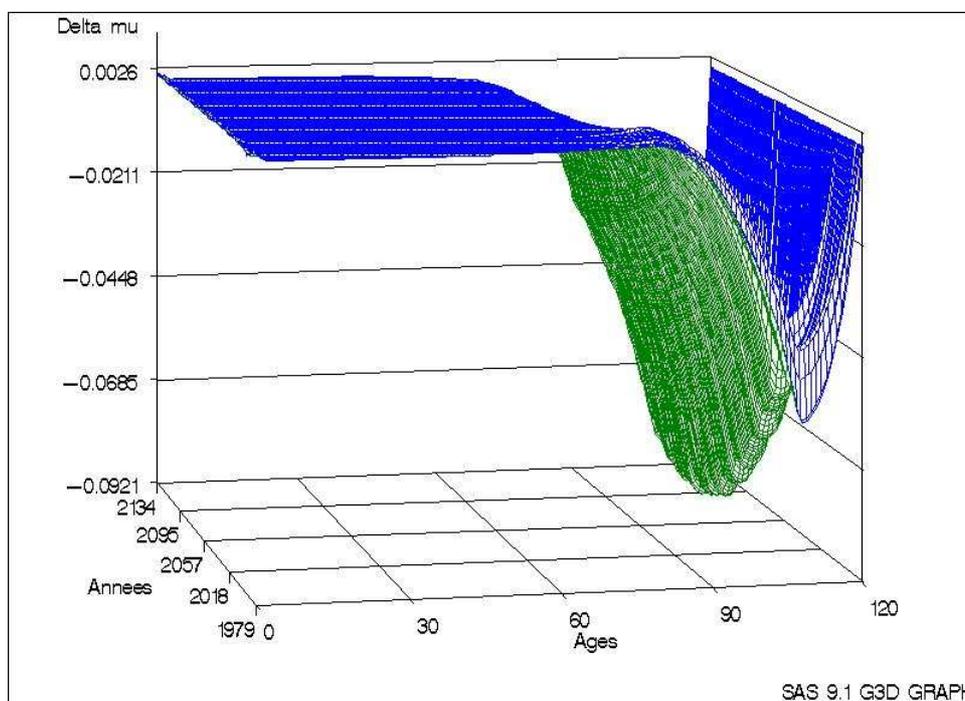
Les deux graphiques suivants permettent de visualiser les écarts de taux instantanés de mortalité dans le cadre du modèle Lee-Carter standard. Comme cela a été précisé au précédent chapitre²², deux approches sont envisageables pour l'analyse "toutes causes" :

- 1) Une mortalité qui tend progressivement vers un niveau plancher :
 ↔ la composante temporelle est non linéaire : $k_t = b + c \cdot a^t$ (graphique 3).
 → C'est l'hypothèse de projection qui a été retenue.
- 2) Une mortalité qui décroît de façon linéaire :
 ↔ la composante temporelle est linéaire : $k_t = a \cdot t + b$ (graphique 4).
 → Il s'agit d'un scénario différent testé ici uniquement à titre de comparaison.

²² cf. section 2.2 de ce chapitre.

→ L'objectif est de s'assurer qu'il n'y a pas d'écarts significatifs de taux sur l'horizon des projections selon l'hypothèse d'évolution de la composante temporelle au niveau d'ajustement "toutes causes".

Graphique 3 – Ecarts des $\mu_{x,t}$: $\Delta \mu = \sum \mu_{x,t}^{\text{par cause}} - \mu_{x,t}^{\text{global}} *$ - Modélisation Lee-Carter standard.



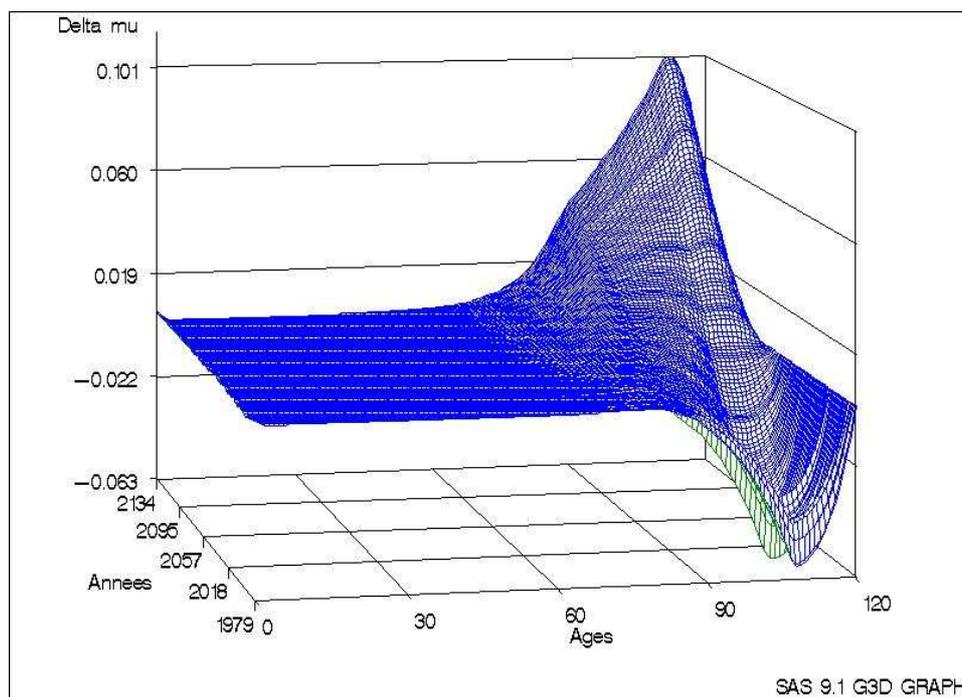
* avec un modèle non linéaire retenu pour la projection des k_t des $\mu_{x,t}^{\text{global}}$.

Les écarts de taux instantanés de mortalité sont négatifs ou nuls indiquant que l'approche par causes donne des taux légèrement plus faibles que l'analyse "toutes causes". Ces différences sont plus marquées aux grands âges en raison de valeurs plus élevées des taux de décès conjuguées à une croissance exponentielle de la mortalité jusqu'à l'âge de 120 ans. Ces écarts aux grands âges n'auront pas d'impact au final suite à l'application de la méthode de fermeture des tables.

De 0 à 80 ans, l'écart moyen est ici de -0,037% sur l'ensemble des années. La surface correspondante est par ailleurs presque plane indiquant qu'elle est sujette à de faibles variations.

→ On en conclue qu'il y a bien cohérence entre l'approche par causes et l'analyse sans référence à la causalité des décès dans cette étude.

Graphique 4 – Ecart des $\mu_{x,t}$: $\Delta \mu = \sum \mu_{x,t}^{\text{par cause}} - \mu_{x,t}^{\text{global}}$ ** - Modélisation Lee-Carter standard.



** avec un modèle linéaire retenu pour la projection des k_t des $\mu_{x,t}^{\text{global}}$.

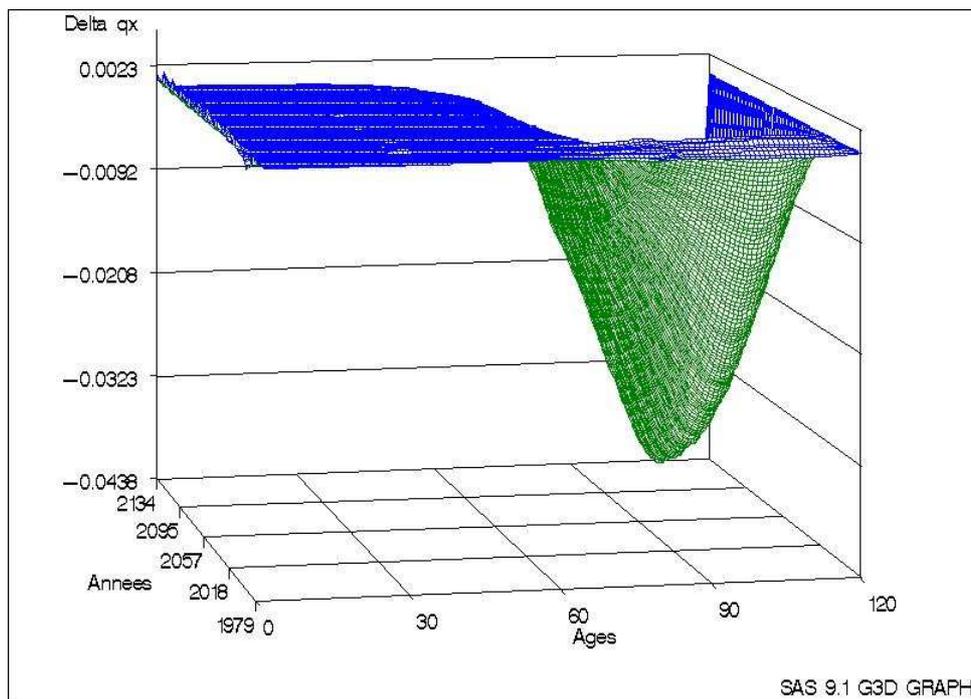
Lorsque les projections "toutes causes" suivent un modèle linéaire, les taux instantanés de mortalité calculés à partir des modélisations par cause sont logiquement plus élevés sur l'horizon des prévisions. Au-delà de 80 ans, on constate également une plus grande amplitude des écarts de taux.

De 0 à 80 ans, l'écart moyen est ici de +0,102% sur l'ensemble des années. La surface représentée est également peu bosselée, indiquant une faible variabilité des écarts.

➔ Si l'on se focalise sur la valeur absolue des écarts, on peut remarquer que les projections de la mortalité par cause sont plus proches des résultats provenant d'une projection non linéaire des k_t dans l'analyse "toutes causes".

Pour compléter cette analyse, le graphique de la page suivante présente les écarts de taux bruts de mortalité dans le cadre de la modélisation Lee-Carter logistique. Seule une projection non linéaire des k_t est ici proposée pour le modèle "toutes causes".

Graphique 5 – Ecart des $q_{x,t}$: $\Delta q_{x,t} = \sum q_{x,t}^{\text{par cause}} - q_{x,t}^{\text{global}}$ * - Modèle Lee-Carter logistique.



* avec un modèle non linéaire retenu pour la projection des k_t des $q_{x,t}^{\text{global}}$.

La surface des écarts représentés est similaire à celle du graphique n°3.

De 0 à 80 ans, l'écart moyen est ici de -0,059% sur l'ensemble des années, soit un peu plus que dans la modélisation Lee-Carter standard.

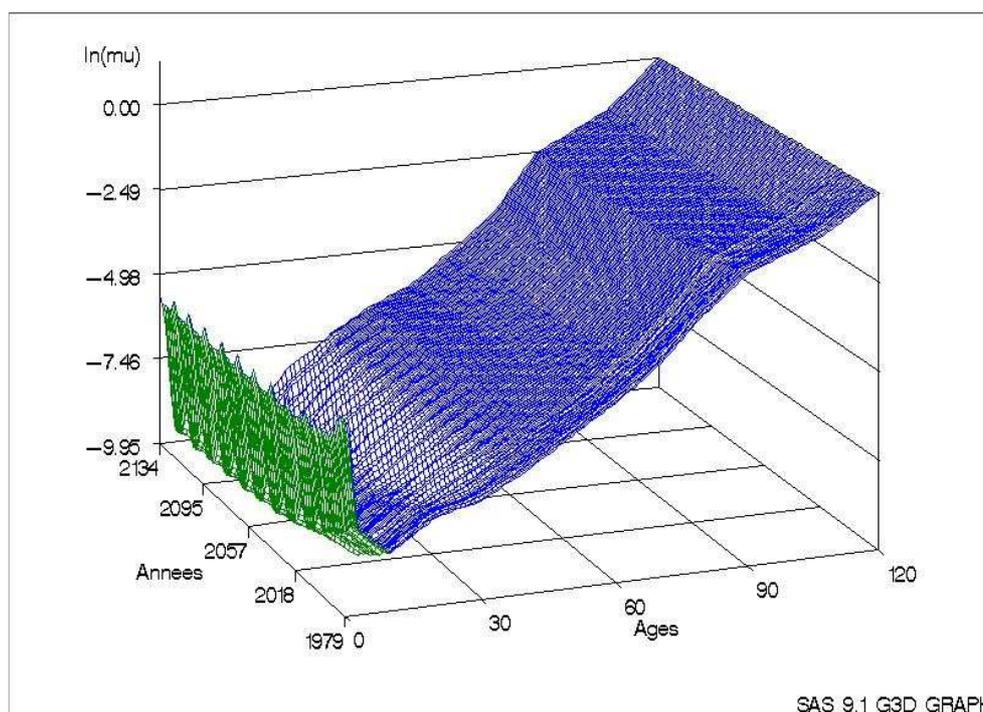
➔ On peut également conclure à la cohérence entre l'approche par causes et l'analyse "toutes causes" pour la modélisation Lee-Carter logistique.

1.4) Analyse des taux de décès obtenus avec les 2 modélisations par cause

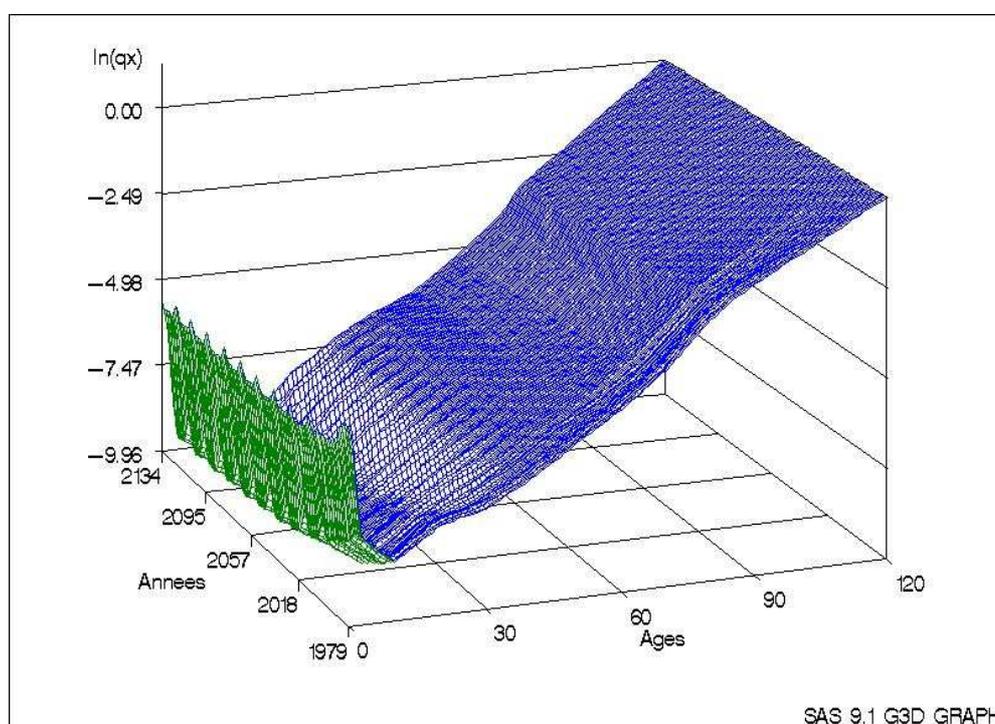
Pour compléter l'analyse, une représentation graphique des logarithmes de ces taux de décès est présentée page suivante pour chacune des deux modélisations. Elle permet de mieux cerner les variations de taux de décès entre les âges.

Par construction, les taux de décès sont à 100% à l'âge de 120 ans suite au redéploiement des taux de décès par âge. Cette clôture n'est que provisoire et la véritable fermeture des tables sera réalisée dans la section 1.5.

Graphique 6 - $\ln(\mu_{xt})$ - Modèle Lee-Carter standard avant fermeture des tables.



Graphique 7 - $\ln(q_{xt})$ - Modèle Lee-Carter logistique avant fermeture des tables.



Les 2 modélisations présentent de légères ondulations sur l'horizon de prévision. Graphiquement les résultats sont assez proches entre les 2 modélisations Lee-Carter. Le redéploiement des classes d'âge avec une longueur de 10 ans (valable pour les taux de décès de 5 à 95 ans) a tendance à lisser certaines hausses. Ainsi, on n'observe pas, par exemple d'augmentation brusque des taux de décès vers l'âge de 20 ans.

Les calculs ne posent pas de difficulté particulière sauf pour les générations les plus anciennes (1990 à 1913) où l'on ne dispose pas des valeurs pour les $\hat{\mu}_{65,t}$. Ces dernières sont estimées par régression linéaire sur les dernières valeurs de $\hat{\mu}_{65,t}$ connues.

1.5.2) Modèle Lee-Carter logistique

La méthode de fermeture retenue est ici différente car on travaille directement sur les \hat{q}_{xt} . Ainsi, pour chaque année t :

$$q_x = a \times \exp(b.x) \quad \text{avec } x \in [85 ; 120]$$

en linéarisant : $\Leftrightarrow \ln(q_x) = \ln(a) + b \times x$

A partir de 2 points : (x = 85 ans ; q_{85}) et (x = 120 ans ; $q_{120} = 1$), on détermine les valeurs des paramètres a et b pour chaque génération. Les calculs ne posent pas de difficultés particulières pour toute année t.

2) Qualité de l'ajustement et statistiques du Khi-Deux

L'objectif de cette section est de déterminer le modèle Lee-Carter qui présente le meilleur ajustement par rapport aux décès observés sur la période 1979-2004.

On calcule pour cela la statistique : $\chi^2_t = \sum_{x=1}^{12} \frac{(D_{xt} - D_{xt}^*)^2}{D_{xt}^*}$ où D_{xt} est le nombre de décès réels

pour chaque classe d'âge x ainsi que pour l'année t et D_{xt}^* est le nombre de décès théoriques correspondants issus de la modélisation Lee-Carter standard ou logistique.

Les calculs sont appliqués au cumul des résultats issus de l'analyse sur 17 grandes causes médicales de décès. Les taux de mortalité obtenus sont multipliés par l'effectif sous risque, c'est-à-dire la population féminine française pour l'année t et sur l'une des 12 classes d'âge considérées.

On précisera que :

→ L'ajustement de la composante temporelle \hat{k}_t sur les décès réels à l'aide de la

$$\text{fonction } F(k) = 0 = \sum_{x=x_m}^{x=x_M} L_{xt} \cdot \exp(\hat{\alpha}_x + \hat{\beta}_x \cdot k) - \sum_{x=x_m}^{x=x_M} D_{xt}$$

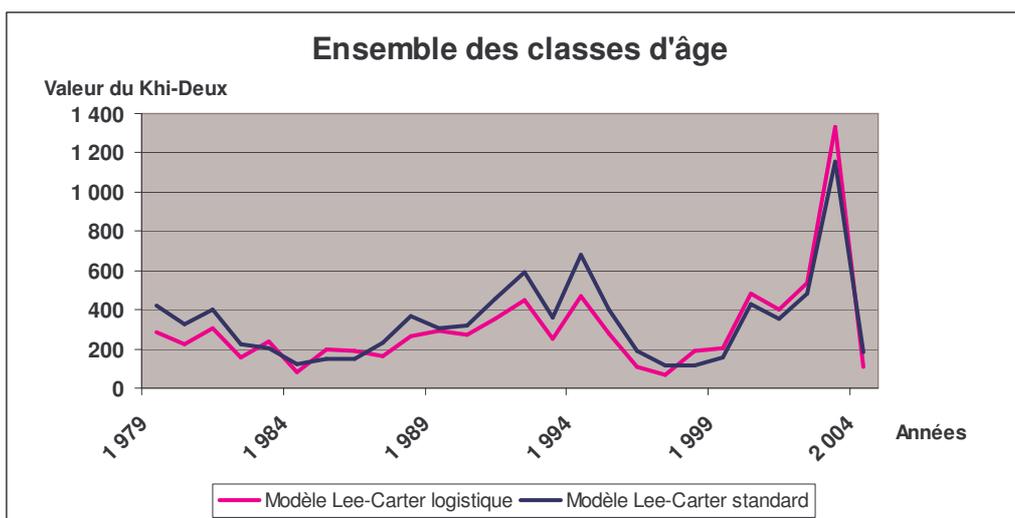
est réalisé toutes classes d'âges confondues, ce qui tend à accroître les écarts $(D_{xt} - D_{xt}^*)^2$ au numérateur de la statistique du Khi-Deux.

→ Les décès attendus D_{xt}^* sont tous significatifs (règle empirique $n \cdot \pi \geq 5$). Le choix a été de retenir dans un premier temps toutes les classes pour le calcul de la statistique même si certaines d'entre elles donnent lieu à des écarts importants par

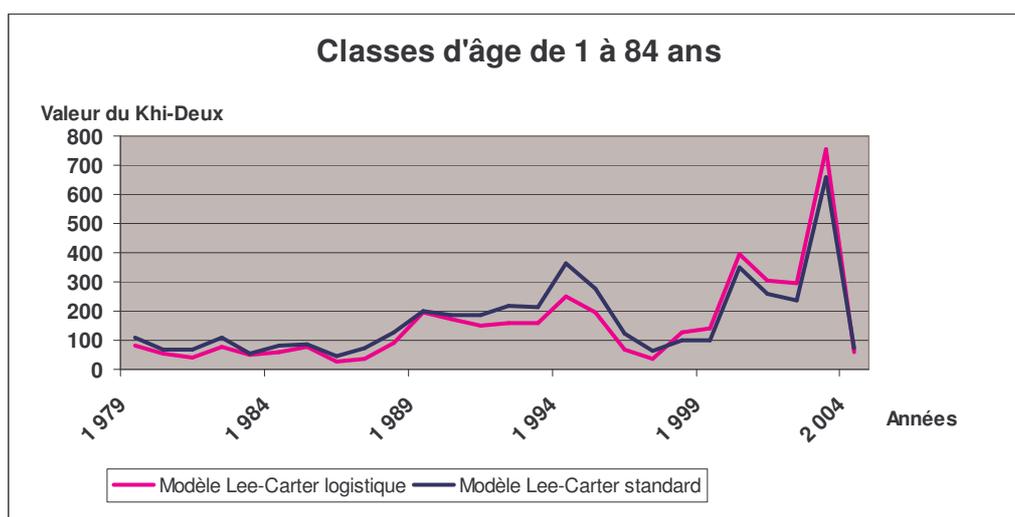
rapport aux données initiales. L'analyse est présentée dans un second temps pour les tranches d'âge comprises entre 1 et 84 ans de manière à exclure les classes d'âge extrêmes aux écarts plus marqués.

- ➔ Pour ces raisons, les résultats présentés ci-dessous sont indicatifs et permettront avant tout de dire quel est le modèle le mieux ajusté aux données (χ^2 minimum). En effet, la distance du Khi-deux ne permet pas de faire de test statistique dans cette étude car on ne connaît pas la loi asymptotique.

Graphique 1 - Statistiques du Khi-Deux par ajustement Lee-Carter - Ensemble des classes d'âge.



Graphique 2 - Statistiques du Khi-Deux par ajustement Lee-Carter – Ages compris entre 1 et 84 ans.



Les valeurs du χ^2 sont de façon générale particulièrement élevées pour les raisons décrites précédemment. La modélisation Lee-Carter logistique est préférable dans 17 cas sur 26 (65%) sur l'ensemble des classes d'âge et dans 20 cas sur 26 (77%) pour les tranches d'âge d'1 an à 84 ans. Il n'y a cependant pas de différence significative entre les 2 modélisations retenues.

On constate également un pic en 2003, année de canicule, qui doit donc être considérée comme particulière.

Les tableaux suivants complètent l'analyse en présentant la décomposition des statistiques annuelles par classes d'âge.

Tableau 1 - Valeurs du Khi-Deux par classes d'âges - Modèle Lee-Carter standard.

Classes / Années	1 9 7 9	1 9 8 0	1 9 8 1	1 9 8 2	1 9 8 3	1 9 8 4	1 9 8 5	1 9 8 6	1 9 8 7	1 9 8 8	1 9 8 9	1 9 9 0	1 9 9 1	1 9 9 2	1 9 9 3	1 9 9 4	1 9 9 5	1 9 9 6	1 9 9 7	1 9 9 8	2 0 0 0	2 0 0 1	2 0 0 2	2 0 0 3	2 0 0 4	
<1 an	22,8	16,0	92,7	65,7	146,2	11,7	33,5	7,8	12,8	117,3	77,0	106,3	193,5	240,5	71,6	42,5	0,4	0,1	0,2	5,1	19,6	2,8	12,2	27,4	110,7	4,3
.1-4	1,6	4,2	3,5	0,0	0,8	4,2	3,5	1,3	0,0	4,8	6,1	0,1	14,7	0,8	0,3	0,1	0,1	1,0	3,2	20,5	5,4	0,7	2,7	0,5	3,3	1,8
.5-14	0,6	0,3	3,0	2,8	0,4	0,7	3,6	2,1	2,0	0,1	4,8	0,2	1,8	0,0	0,5	3,1	0,1	2,4	8,4	0,3	0,2	1,1	0,0	0,4	16,7	0,3
.15-24	2,0	6,3	0,6	0,3	0,9	0,4	1,6	1,3	2,5	0,7	0,0	2,8	0,2	0,4	4,1	0,7	7,9	0,6	2,2	0,4	0,8	5,8	10,3	0,2	28,9	0,1
.25-34	6,8	0,3	19,8	5,8	3,8	1,2	4,0	6,8	2,2	8,7	12,5	15,0	26,0	17,8	0,1	0,2	2,2	19,6	16,3	4,5	2,9	125,7	81,5	137,4	423,3	15,3
.35-44	8,7	7,2	0,2	0,0	5,7	3,1	13,9	8,1	0,0	0,6	3,1	0,1	1,3	0,2	2,1	0,1	1,0	3,8	0,7	3,5	9,8	0,2	0,5	1,1	32,8	0,6
.45-54	43,4	34,8	1,9	4,4	1,3	0,0	0,7	0,2	0,2	1,9	1,8	4,4	8,2	16,8	20,1	8,2	14,1	4,8	1,8	3,0	0,9	17,0	15,7	25,2	23,9	39,9
.55-64	1,1	0,1	4,0	11,0	2,5	6,6	0,4	1,0	5,1	1,7	3,4	3,2	1,6	0,1	0,1	2,2	2,2	0,0	0,9	5,6	1,8	7,6	9,2	2,1	19,1	3,2
.65-74	46,2	14,2	32,0	86,4	36,1	66,9	57,9	17,2	0,6	10,5	104,6	77,1	21,7	2,0	5,0	45,9	3,1	10,5	20,7	18,6	8,2	43,8	22,7	0,2	17,4	0,3
.75-84	0,1	0,0	1,4	0,2	3,0	0,0	0,2	5,7	62,1	99,2	64,8	84,8	110,6	182,3	181,0	303,0	244,5	79,6	11,4	42,6	70,2	147,2	117,3	71,2	94,8	10,9
.85-94	3,3	0,0	2,5	18,7	0,7	24,7	6,2	36,4	137,3	119,6	25,7	16,3	50,9	99,7	53,7	243,5	122,3	62,8	47,4	0,1	18,1	52,7	52,0	149,6	380,3	0,0
.95 et+	286,1	245,3	240,2	26,9	1,6	2,2	23,8	60,8	7,0	3,3	0,4	11,7	26,1	28,6	22,6	31,7	2,1	6,6	1,6	10,0	17,5	24,7	26,0	64,3	2,6	106,8
$\chi^2_t =$	423	329	402	222	203	122	149	149	232	368	304	322	457	589	361	681	400	192	115	114	155	429	350	480	1 154	184

Tableau 2 - Valeurs du Khi-Deux par classes d'âges - Modèle Lee-Carter Logistique.

Classes / Années	1 9 7 9	1 9 8 0	1 9 8 1	1 9 8 2	1 9 8 3	1 9 8 4	1 9 8 5	1 9 8 6	1 9 8 7	1 9 8 8	1 9 8 9	1 9 9 0	1 9 9 1	1 9 9 2	1 9 9 3	1 9 9 4	1 9 9 5	1 9 9 6	1 9 9 7	1 9 9 8	2 0 0 0	2 0 0 1	2 0 0 2	2 0 0 3	2 0 0 4	
<1 an	28,4	20,7	105,3	75,4	161,5	15,4	39,7	11,1	9,6	107,8	69,9	98,9	184,6	229,1	66,2	39,0	0,1	0,0	0,5	6,6	22,2	3,7	14,2	30,8	119,4	5,2
.1-4	2,2	3,4	2,8	0,0	0,5	5,0	4,2	1,8	0,0	4,0	5,2	0,2	13,3	0,5	0,5	0,2	0,0	1,3	2,4	21,8	6,1	0,5	2,0	0,9	3,8	2,1
.5-14	0,3	0,1	2,1	2,1	0,8	1,1	4,5	2,6	1,5	0,0	3,8	0,4	1,4	0,0	0,8	2,5	0,4	3,2	9,6	0,1	0,0	0,7	0,1	0,2	18,3	0,5
.15-24	1,3	5,0	0,3	0,1	1,4	0,7	2,3	1,9	3,3	1,2	0,1	3,6	0,1	0,2	3,1	0,4	6,6	0,3	1,6	0,1	0,4	4,8	9,0	0,1	31,0	0,3
.25-34	8,4	0,7	22,8	7,4	5,2	0,6	5,4	8,6	1,4	7,0	10,1	12,3	22,5	15,0	0,3	0,5	3,3	16,6	13,7	3,3	1,9	131,7	86,4	143,5	432,3	17,6
.35-44	7,8	6,4	0,1	0,1	6,5	3,6	15,2	9,1	0,0	0,4	2,5	0,2	1,7	0,3	2,7	0,2	0,6	3,0	0,4	2,8	8,7	0,4	0,2	1,5	34,8	0,9
.45-54	37,4	29,4	0,8	2,7	0,5	0,4	1,7	0,7	0,0	1,0	3,1	6,2	10,7	20,4	24,1	10,9	17,7	7,1	0,7	4,8	0,2	13,3	12,2	20,7	19,7	34,6
.55-64	0,0	0,5	0,8	4,9	0,2	2,1	3,3	0,0	1,5	0,1	0,7	0,6	0,1	0,5	0,6	0,2	6,2	1,0	0,0	2,1	0,2	3,5	4,7	5,3	27,2	0,9
.65-74	19,8	2,0	11,2	50,8	14,9	37,9	30,5	4,8	1,1	25,1	142,4	109,8	41,9	10,7	17,7	22,9	0,1	1,5	6,8	6,2	1,2	24,1	9,7	1,2	32,5	3,5
.75-84	6,5	5,9	1,7	8,4	18,1	6,1	10,1	0,1	26,7	51,8	27,7	40,9	58,5	113,1	111,1	211,1	161,1	35,0	0,2	85,3	123,0	218,0	181,4	122,3	153,4	0,6
.85-94	4,2	16,4	29,2	0,4	21,2	2,0	1,4	6,6	73,3	63,3	4,7	1,7	20,0	56,0	23,5	179,0	78,3	33,4	24,0	3,5	38,7	82,9	81,4	196,2	454,1	1,8
.95 et+	170,1	134,9	130,3	1,5	8,2	6,1	82,2	141,4	42,8	4,2	21,3	0,3	1,3	1,8	0,4	2,6	7,6	3,1	9,5	53,5	0,0	1,0	1,0	15,0	8,0	40,2
$\chi^2_t =$	286	226	307	154	239	81	200	189	161	266	292	275	356	448	251	470	282	105	69	190	203	484	402	538	1 334	108

Les chiffres en trame de fond verte mettent en évidence des statistiques avec une valeur ≥ 10 , soulignant ainsi les classes d'âges les moins bien représentées par chacun des modèles.

3) Présentation des tables prospectives de génération femme construites à partir des statistiques par grandes causes médicales de décès

Deux tables de mortalité prospectives par génération sont proposées pour la population féminine au terme de cette analyse :

- TGF v.1 : issue de la modélisation Lee-Carter standard,
- TGF v.2 : issue de la modélisation Lee-Carter logistique.

Ces tables vont nous permettre de réaliser différentes comparaisons avec les nouvelles tables officielles TGF 2005, ainsi que les précédentes tables TPG 1993.

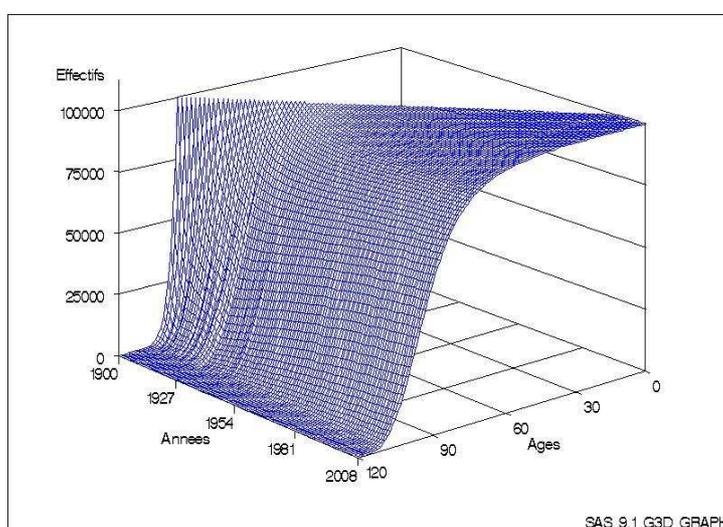
3.1) Nombre de survivants Lx par génération

L'objectif est de présenter graphiquement les nouvelles tables et de les comparer à celles en vigueur en matière de tarification des rentes viagères ou d'espérance de vie (cf. chapitre 5).

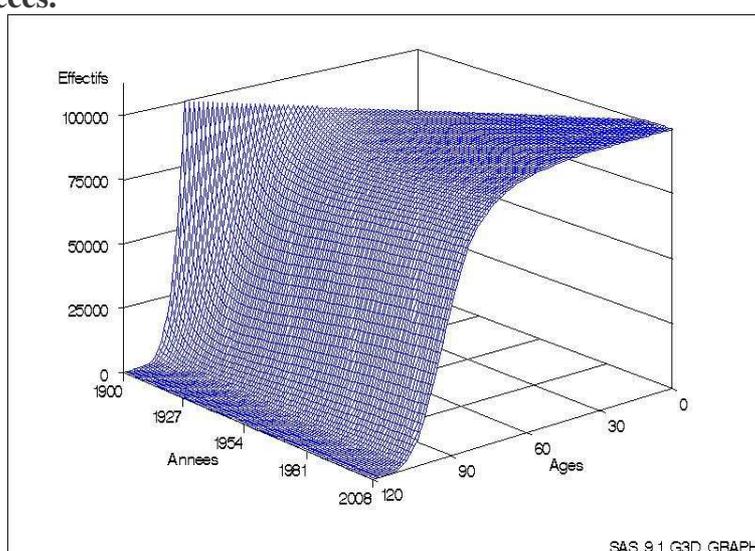
➔ Les tables de mortalité réalisées dans cette étude sont détaillées en annexe 4 (TGF v.1) et 5 (TGF v.2).

Les graphiques suivants permettent d'avoir une vision synthétique en 3 dimensions des tables de mortalité construite au terme de l'analyse par grandes causes de décès, comme des tables officielles françaises.

Graphique 1 - TGF v.1 - Modélisation Lee-Carter standard des grandes causes de décès.



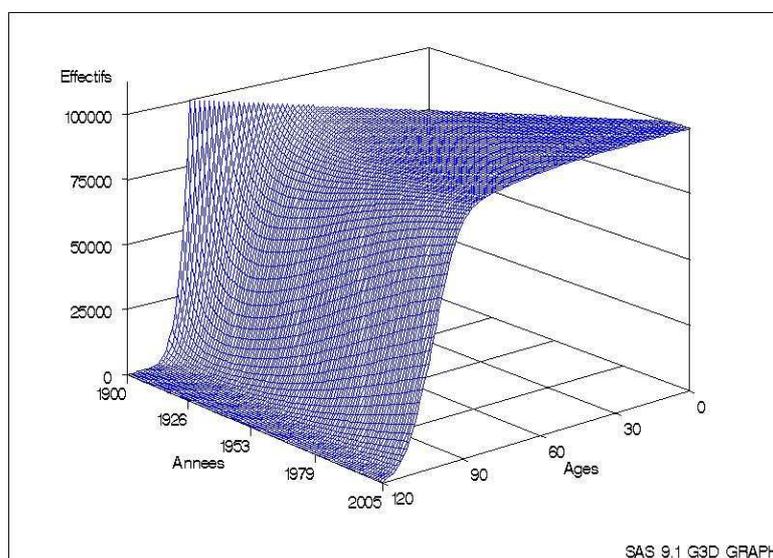
Graphique 2 - TGF v.2 - Modélisation Lee-Carter logistique des grandes causes de décès.



Les effectifs survivants sont de 100 000 individus à la naissance à partir de la génération 1996. Ils sont forcés à ce niveau aux générations précédentes pour les âges correspondants et

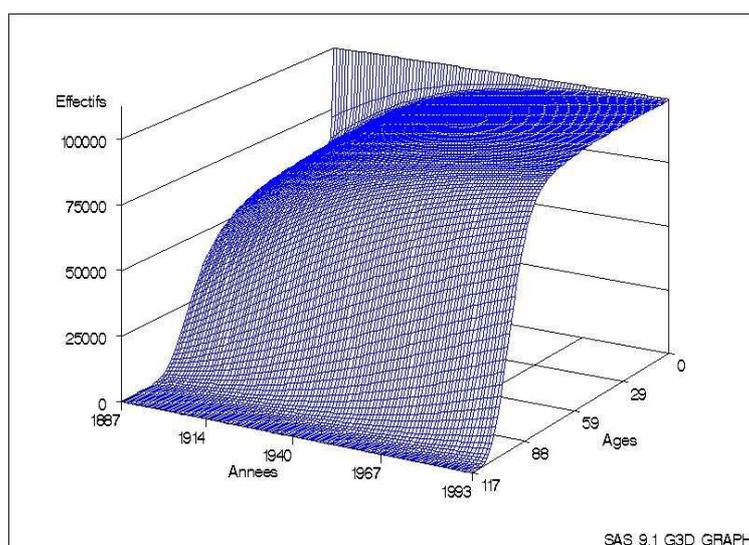
en référence à l'année 1996. On constate que les tables TGF v.1 et TGF v.2 ont des profils relativement similaires.

Graphique 3 - Tables officielles TGF 2005.



Les tables TGF 2005 ont un nombre de survivants significativement supérieur (> 1%) à partir de l'âge de 50 ans par rapport à celles issues de cette étude. La particularité des nouvelles tables officielles est également de ne pas se terminer à l'âge de 120 ans pour les générations 1933 et suivantes. Par rapport à la méthode de fermeture de Coale et Kisker utilisée dans les tables TGF v.1 (âge limite fixé à 120 ans), les TGF 2005 ont été construites pour assurer une cohérence globale avec les tables du moment INSEE aux âges supérieurs à 95 ans.

Graphique 4 - Tables TPG 1993.

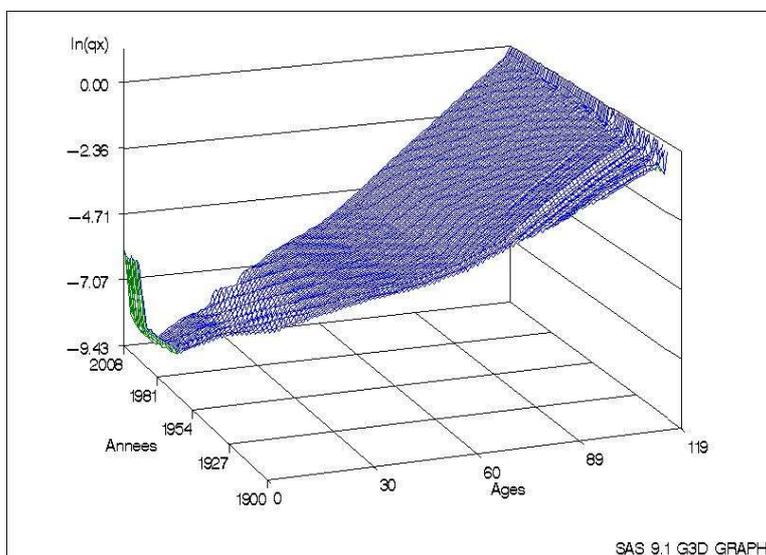


Les précédentes tables officielles ont une présentation classique : 100 000 femmes à la naissance quelque soit la génération. L'âge ultime est au maximum de 117 ans pour les plus jeunes générations.

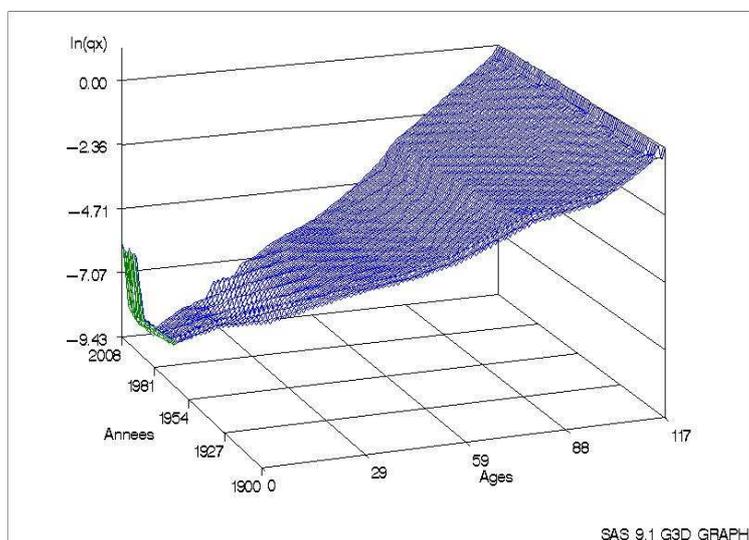
3.2) Taux bruts de décès par génération

Il est également intéressant d'étudier les taux de mortalité directement déduits des tables des L_x . Les graphiques suivants présentent les $\ln(q_x)$ pour souligner les variations de taux de mortalité entre les âges.

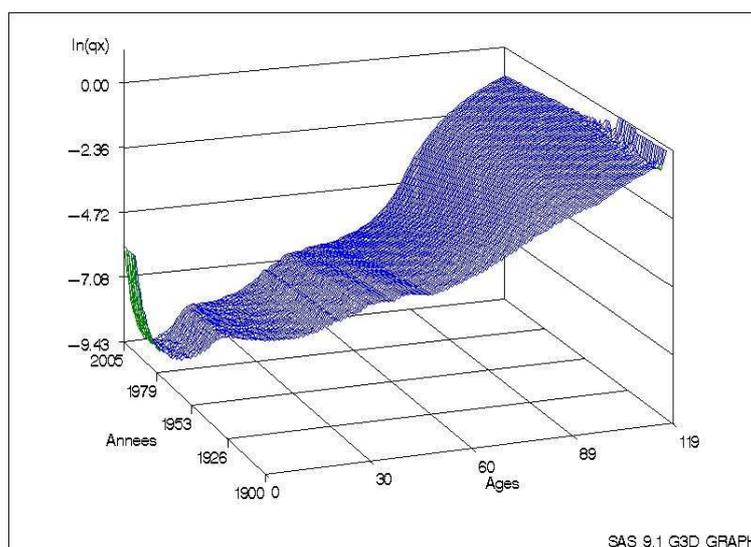
Graphique 5 – $\ln(q_x)$ issus des tables TGF v.1 - modèle Lee-Carter standard.



Graphique 6 – $\ln(q_x)$ issus des tables TGF v.2 - modèle Lee-Carter logistique.

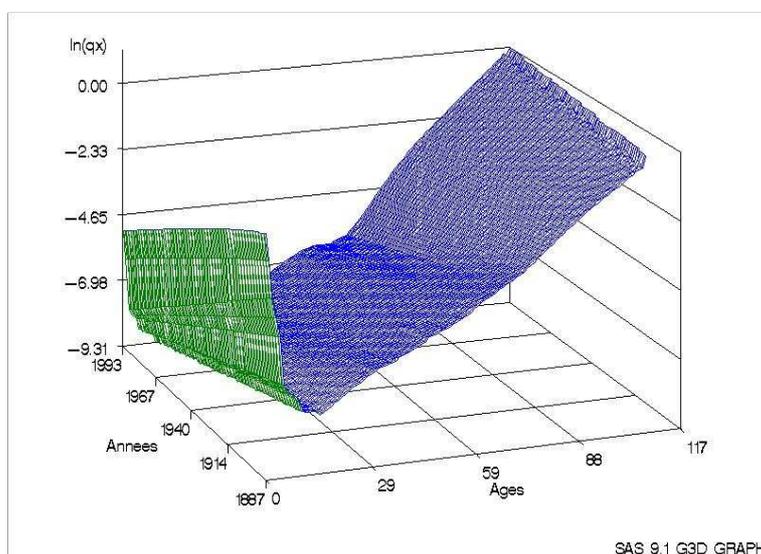


Graphique 7 – Ln(qx) issus des tables TGF 2005.



La surface des taux de décès des tables TGF 2005 est nettement plus bosselée que les précédentes. On observe un premier pic à 20 ans, même si les accidents à ces âges sont surtout le fait des hommes. De 50 à 70 ans, les taux bruts sont ici relativement stables, contrairement aux tables TGF v.1 et v.2 caractérisées par une hausse régulière des probabilités de décès. Enfin, les TGF 2005 n'ont pas pour âge ultime supérieur à 120 ans à partir de la génération 1933.

Graphique 8 – Ln(qx) issus des tables TPG 1993.

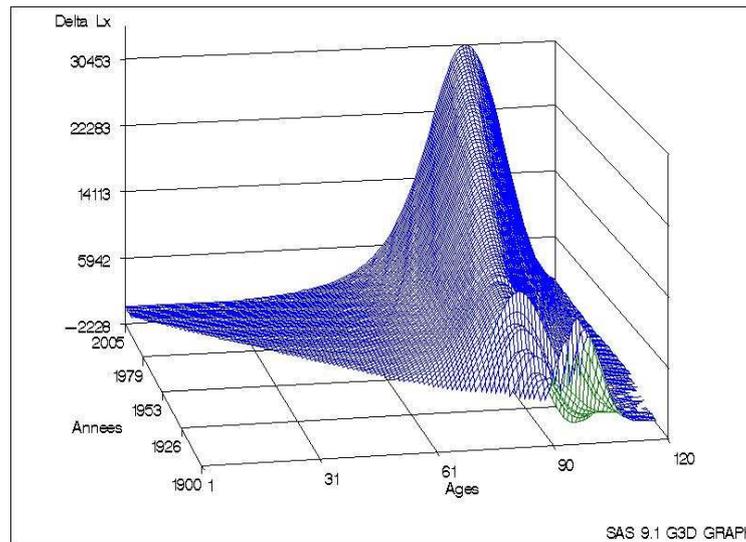


3.3) Ecarts de Lx entre tables de mortalité

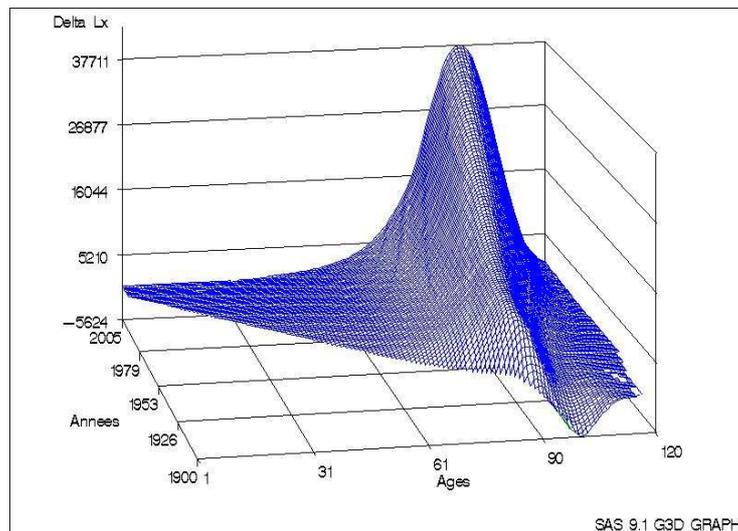
Pour compléter l'analyse, cette section a pour objet de mettre entre évidence les écarts de nombre de survivants Lx issus des tables de cette étude par rapport aux tables officielles.

Les 2 graphiques suivants ont pour objet de mettre en évidence les écarts par rapport aux TGF 2005.

Graphique 9 – Delta Lx : L_XTGF 05 - L_XTGF v.1



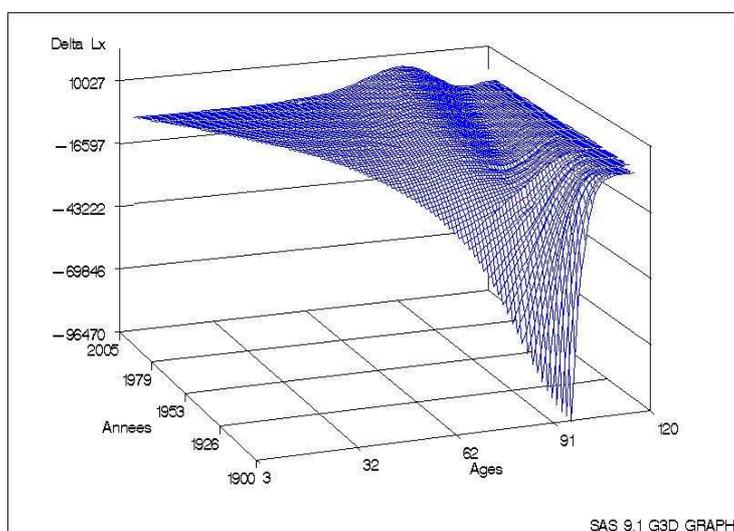
Graphique 10 – Delta Lx : L_XTGF 05 - L_XTGF v.2



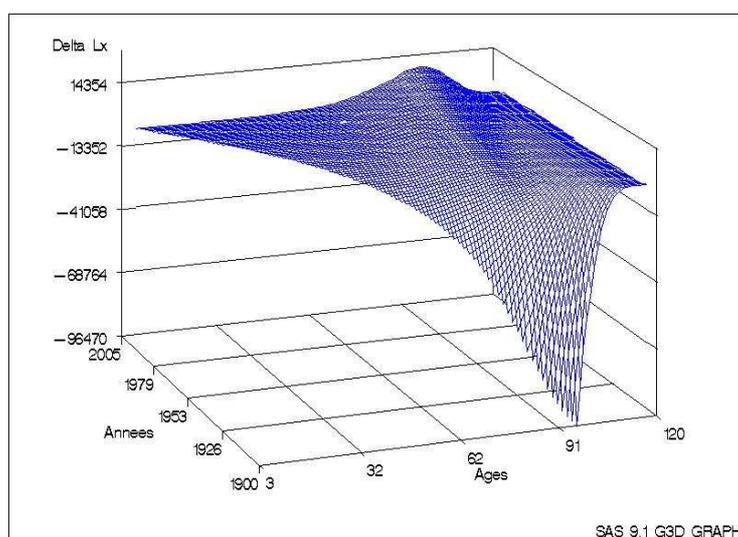
Tout d'abord, il faut préciser que la plupart des écarts de L_x négatifs sont observés sur les générations les plus anciennes et sont impactés par les méthodes de fermeture des tables. L'intérêt de leur interprétation est donc limité. On remarquera que les surfaces des 2 derniers graphiques sont relativement similaires avec toutefois un meilleur lissage pour les écarts avec les tables TGF v.2 construites à partir d'une modélisation Lee-Carter logistique. Jusqu'à 50-60 ans selon la génération, l'écart de L_x avec les tables TGF 2005 est faible (moins de 1%). Cet écart croit de façon exponentielle jusqu'à 120 ans (en pourcentage) et en terme de L_x jusqu'à 95 ans maximum. Les écarts absolus décroissent ensuite de façon exponentielle pour tendre vers 0 en raison de l'application des méthodes de fermeture des tables. Par ailleurs, les écarts sont croissants avec les générations les plus récentes en raison de l'hypothèse de croissance linéaire de l'espérance de vie des femmes retenue dans les tables TGF 2005. La construction des tables de mortalité prospectives féminines par grandes causes conduit à une hausse ralentie de leur espérance de vie selon la génération.

L'analyse est réalisée de façon similaire en comparaison des tables TPG 1993 sur les 2 graphiques suivants.

Graphique 11 – Delta Lx : LXTPG 93 - LXTGF v.1



Graphique 12 – Delta Lx : LXTPG 93 - LXTGF v.2



La surface des écarts de Lx mise en évidence sur ces 2 graphiques est celle commune aux tables. Ainsi, la dernière génération représentée correspond à l'année de naissance 1993. Les écarts négatifs sur les générations les plus anciennes s'expliquent par le fait que l'éventail total des âges est disponible pour les TPG 1993 contrairement aux tables issues de cette étude. On observe des surfaces similaires à celles obtenues avec les TGF 2005 mais moins accentuées : les tables TGF v.1 et v.2 sont donc plus proches des anciennes tables officielles que des nouvelles. L'hypothèse de croissance linéaire de l'espérance de vie des femmes avec les TPG 1993 a pour conséquence un écart relatif significatif (>1%) et croissant à partir de 60 ans ainsi qu'avec les générations. L'écart absolu est quant à lui croissant jusqu'à un seuil proche de 90 ans. Il décroît ensuite rapidement en raison des fermetures de tables.

Ces tables sont destinées avant tout à la tarification et au provisionnement des rentes viagères. L'application en Assurance Vie de ces tables prospectives est présentée dans le prochain chapitre.

CHAPITRE V :

TABLES DE MORTALITE

PROSPECTIVES ET RENTES

VIAGERES

Les tables prospectives féminines présentées au chapitre précédent vont nous permettre d'étudier successivement leur application pratique en matière de rente viagère et d'espérance de vie résiduelle. Ces deux notions sont bien entendu liées.

1) Rentes viagères

1.1) Théorie

La rente viagère sur une tête constitue pour l'assureur un engagement durant la vie de l'assuré. Cette rente peut être à effet différé ou à effet immédiat.

1.1.1) La rente viagère immédiate

Le premier paiement effectué par l'assureur, si l'assuré est vivant, a lieu à la fin de la première période (analyse à terme échu dans ce chapitre). Ensuite, il suffit, à chaque échéance, que l'assuré soit en vie. Le $k^{\text{ième}}$ versement, payé à la fin de la $k^{\text{ième}}$ année, aura donc une probabilité ${}_k p_x$ d'être effectué. L'espérance mathématique d'un euro versé en $k^{\text{ième}}$

année, sera actualisée à l'origine : $v^k \cdot \frac{L_{x+k}}{L_x} = (1+i)^{-k} \cdot {}_k p_x = {}_k E_x$.

La prime unique d'une rente viagère payable à terme échu d'un euro s'écrit :

$$a_x = v^1 \cdot \frac{L_{x+1}}{L_x} + v^2 \cdot \frac{L_{x+2}}{L_x} + v^3 \cdot \frac{L_{x+3}}{L_x} + \dots + v^k \cdot \frac{L_{x+k}}{L_x} + \dots = \sum_{t=1}^{\infty} {}_t E_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

On observe que la rente dépend du taux d'intérêt technique i dans le terme v et de la table de mortalité par l'intermédiaire des L_x .

1.1.2) La rente viagère différée

Le premier paiement effectué par l'assureur, si l'assuré est vivant, n'aura lieu qu'après une période d'attente de d années.

La prime unique d'une rente viagère différée de d années à terme échu d'un euro s'écrit :

$${}_d a_x = v^d \cdot \frac{L_{x+d}}{L_x} + v^{d+1} \cdot \frac{L_{x+d+1}}{L_x} + v^{d+2} \cdot \frac{L_{x+d+2}}{L_x} + \dots = \sum_{t=d+1}^{\infty} {}_t E_x = {}_d E_x \times a_{x+d} = \frac{N_{x+d+1}}{D_x}$$

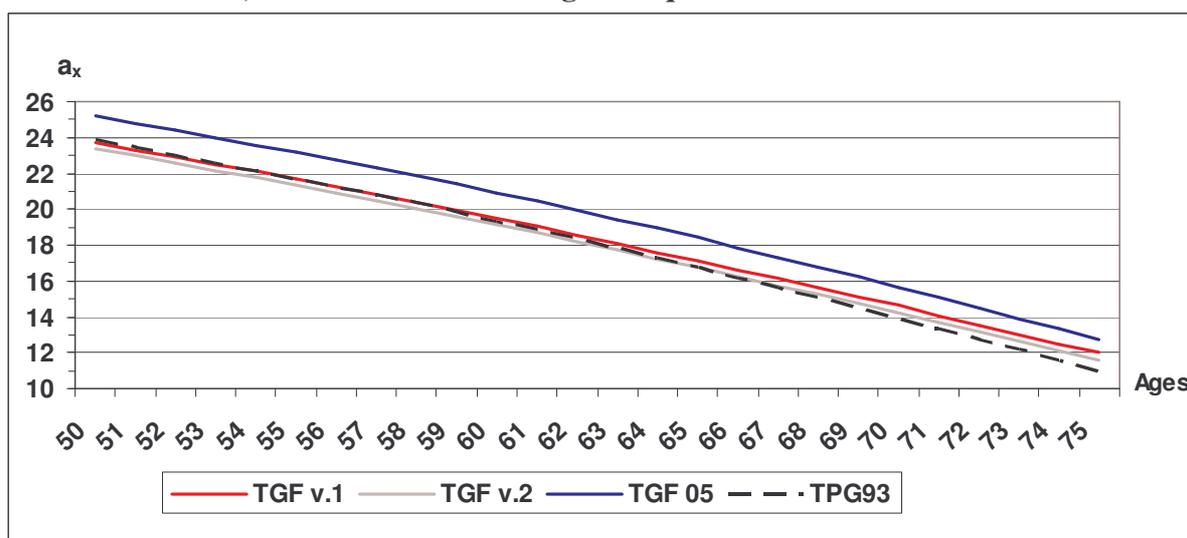
→ Dans la section suivante, l'analyse portera uniquement sur la rente viagère immédiate à terme échu a_x .

1.2) Application aux tables de mortalité prospectives

Dans un premier temps, nous analyserons le coût d'une rente viagère immédiate en fonction de la table de mortalité prospective. Les résultats provenant des 2 méthodes Lee-Carter (TGF v.1 et TGF v.2) sont mis en parallèle de ceux issus des tables officielles TPG 1993 (anciennes tables : à noter que l'on aurait obtenu des résultats similaires avec la TPRV 1993) et TGF 2005 (nouvelles tables). Les calculs prennent pour hypothèses le fait que l'on est en présence de femmes, pour une liquidation en 2008 et un taux technique de 2,50%. Il s'agit d'une vision statique avec une année de référence fixée en 2008 et sur un intervalle large d'âges de liquidation potentielles : 50 à 75 ans.

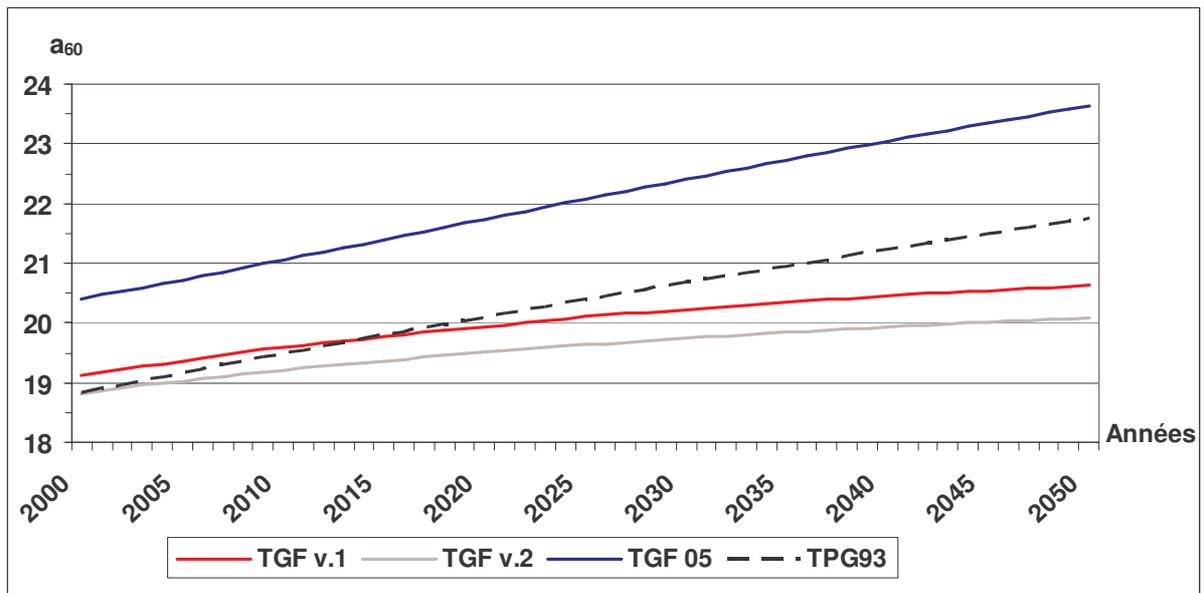
On prendra ensuite 60 ans comme âge central de liquidation de retraite et on simulera la tarification d'une rente viagère immédiate sur la période 2000 à 2050.

Graphique 1 – Coût d'une rente viagère annuelle de 1 euro a_x en 2008 au taux technique de 2,50% en fonction de l'âge de liquidation.



Les rentes calculées avec les tables TPG 1993 et TGF 2005 forment des droites quasi-parallèles. L'écart absolu est de l'ordre de 1,3 à 1,7 années actualisées de versement potentiel en plus dans le cas de la TGF 2005. Le coût des rentes issus de la TGF v.1 et TGF v.2 sont très proches (droites parallèles également). Les résultats sont similaires à ceux obtenus avec la TPG 1993 avec un coût de rente inférieur à 50 ans et plus élevé à 75 ans. On observe ainsi en quelque sorte une rotation avec augmentation de la pente avec l'âge, par rapport aux TPG 1993, lorsque l'on construit des tables à partir des grandes causes médiales de décès. Le coût avec la TGF v.1 est équivalent à celui obtenu à l'aide de la TPG 1993 à 56 ans, et à 65 ans dans le cas de la TGF v.2.

Graphique 2 – Coût d’une rente viagère annuelle de 1 euro à 60 ans a_{60} au taux technique de 2,50% en fonction de l’année de référence des calculs.



Les rentes viagères à 60 ans sont en croissance linéaire avec les tables TPG 1993 et TGF 2005 sur la période 2000-2050. L’écart entre ces 2 tables varie de 1,56 à 1,89 années actualisées, ce qui rend les évolutions presque parallèles. La hausse de la valeur actualisée de la rente est de l’ordre de 15% pour les deux tables sur la période d’analyse. Par contre avec les tables construites en fonction des grandes causes médicales de décès, si le coût de la rente est sensiblement proche en 2000 de celui évalué avec les TPG 1993, une tendance au plafonnement est clairement mise en évidence sur un horizon de 50 ans. La hausse du coefficient de rente à 60 ans serait de l’ordre de 7,9% avec la TGF v.1 et de 6,7% avec la TGF v.2.

2) Espérance de vie

2.1) Théorie²⁴

Il s’agit de la durée moyenne de vie restante, pour un assuré déjà âgé de x années. On décompte le nombre d’années restant à vivre pour les L_x assurés vivants à l’époque de leur $x^{\text{ème}}$ anniversaire. Chaque L_{x+k} s’applique sur l’année entière suivante : nous dirons donc que les L_x têtes auront vécu une demi-année, soit au total $\frac{1}{2} \times L_x$ années. Ensuite sur la période suivante, les L_{x+1} personnes en moyenne, se trouvant au milieu de la période considérée, auront vécu L_{x+1} années, et ainsi de suite.

Le nombre total d’années vécues par les L_x personnes sera égal à :

$$\frac{1}{2} \cdot L_x + L_{x+1} + L_{x+2} + L_{x+3} + \dots$$

²⁴ P. CHOQUE (membre de l’A.A.A.) [1992]. Les techniques de l’assurance vie et de la réassurance vie.

L'espérance de vie à l'âge x , notée e_x , s'obtient en divisant le nombre total d'années par le nombre d'assurés survivants à l'époque des calculs soit L_x , et nous avons donc :

$$e_x = \frac{1}{2} + \frac{L_{x+1}}{L_x} + \frac{L_{x+2}}{L_x} + \frac{L_{x+3}}{L_x} + \dots$$

L'espérance abrégée de vie, notée e'_x , ne tient pas compte de la demi-année initiale. Elle s'écrit donc :

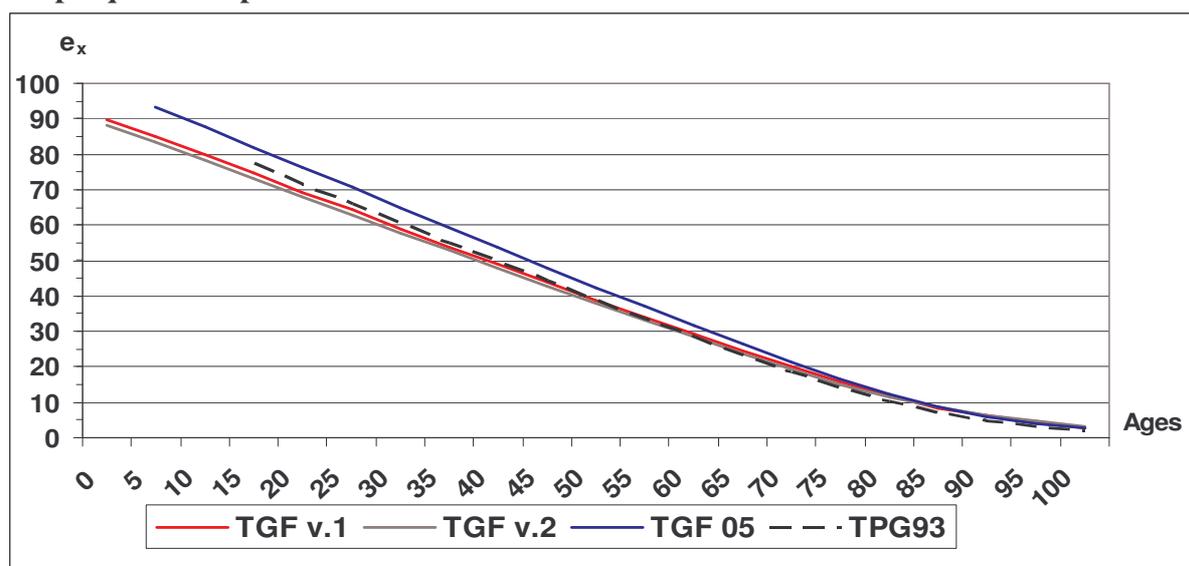
$$e'_x = \frac{L_{x+1}}{L_x} + \frac{L_{x+2}}{L_x} + \frac{L_{x+3}}{L_x} + \dots$$

→ Dans la section suivante, l'analyse portera uniquement sur l'espérance de vie e_x .

2.2) Application aux tables de mortalité prospectives

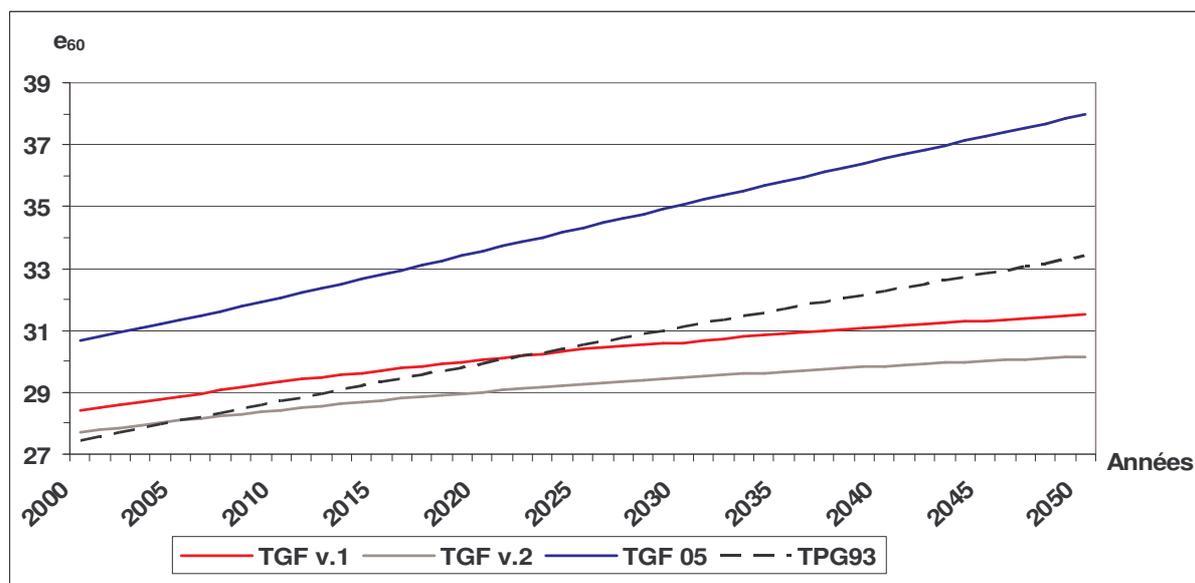
A l'image de la section 1, nous analyserons dans le premier temps l'éventail des espérances de vie résiduelles de la naissance jusqu'à 100 ans, en prenant comme année de référence 2008. Cette vision statique sera complétée par une simulation de l'espérance de vie résiduelle à 60 ans calculée en faisant varier l'année de référence de 2000 à 2050.

Graphique 3 – Espérances de vie résiduelles calculées en 2008.



Tout d'abord, on remarquera que pour les tables TGF 2005, la première espérance de vie est calculée à l'âge de 3 ans en 2008. Pour la TPG 1993, l'analyse débute à 15 ans. Les courbes d'espérance de vie sont décroissantes et les écarts absolus se resserrent pour devenir très faibles au-delà de 80 ans en raison des méthodes de fermeture des tables respectives. Les tables TGF v.1 issues du modèle Lee-Carter standard ont des résultats proches de ceux de la TGF v.2 (écarts relatifs de 1,6% à 4,4% jusqu'à l'âge de 60 ans). Les TGF v.1 (v.2) donnent des espérances de vie inférieures en moyenne de 8,0 % (10,0%) aux TGF 2005 pour des âges compris entre 5 à 90 ans. Les durées de vie restantes issues des tables TGF v.1 (v.2) sont inférieures à celles calculées avec les TPG 1993 jusqu'à l'âge de 50 ans (62 ans), pour ensuite les dépasser de manière croissante jusqu'à 100 ans. On notera que les espérances de vie provenant des TGF v.1 et v.2 sont supérieures à celles de la TGF 2005 au-delà de 80 ans. Ces résultats sont intimement liés aux techniques de fermeture de tables.

Graphique 4 – Espérances de vie résiduelles à 60 ans en fonction de l’année de référence des calculs.



A l’image des résultats obtenus avec les rentes viagères à 60 ans, l’espérance de vie à 60 augmente de façon linéaire sur la période 2000-2050 avec les tables TPG 1993 et TGF 2005. L’écart absolu augmente légèrement avec le temps entre ces 2 tables : 3,2 années en 2000 jusqu’à 4,6 ans en 2050. L’espérance de vie à 60 ans suit une tendance similaire entre les tables TGF v.1 et TGF v.2. (courbes quasi-parallèles) : l’écart entre les 2 tables varie de 0,7 à 1,4 années sur l’échéancier. Si les espérances de vie sont proches de celles obtenues avec la TPG 1993 en 2000, elles seront nettement plus faibles en 2050 : -1,9 ans / TGF v.1 et -3,2 ans / TGF v.2.

On observe une nette tendance au plafonnement de l’espérance de vie des femmes avec les tables issues d’une analyse par grandes causes de décès :

- + 11,0% sur 50 ans avec les TGF v.1,
- + 8,9% sur 50 ans avec les TGF v.2.

Dans le même temps, l’espérance de vie augmentera de +23,8% avec les nouvelles tables officielles et de + 21,6% avec les TPG 1993.

Ces résultats traduisent là encore la présomption d’une limite à la croissance de l’espérance de vie des femmes. Cette limitation étant valable pour la population française de sexe féminin prise dans son ensemble. Par contre, les tables officielles TPG 1993 et TGF 2005 traduisent une vision prudente de la longévité féminine, présumée plus adaptée à des portefeuilles de rentiers. L’écart entre les deux approches permet, pour une grande part, de corriger le risque d’antisélection des rentiers et ainsi sécuriser les comptes des assureurs vie. On notera que la translation à la hausse attendue de l’espérance de vie dans les nouvelles tables officielles a pour inconvénient de freiner la sortie en rente viagère quand cette option est possible au contrat.



SYNTHESE DES RESULTATS

Au terme de cette étude, les principaux enseignements de la construction de tables de mortalité féminines par grandes causes médicales sont exposés dans cette partie spécifique.

La réalisation de tables de mortalité prospectives à partir de prévisions sur 17 grandes causes de décès dans le cadre d'un modèle à causes de sorties multiples est une approche originale par rapport aux travaux déjà réalisés au niveau international, toutes causes confondues. Elle s'appuie, pour chacune des 2 méthodes de Lee-Carter étudiées, sur 17 modélisations exécutées simultanément. Les prévisions de taux de mortalité à long terme sont au final cumulées et permettent la réalisation de tables prospectives de génération féminines. L'analyse porte sur l'ensemble de la population française de sexe féminin selon une démarche qui consiste à exploiter l'information contenue dans les taux bruts de décès (modélisation endogène).

Les résultats peuvent être synthétisés de la façon suivante :

1.1) Des tendances multiples qui convergent vers une décroissance non linéaire et ralentie de la mortalité féminine

La prise en compte de 17 grandes causes de décès par tranches d'âge et sur 26 années (1979 à 2004) a contribué à révéler des tendances divergentes pour la mortalité féminine, sur l'historique comme dans les projections :

- a) Décroissance quasi-linéaire avec ou sans grandes variations annuelles autour de cette tendance (catégories n°2, 3, 7, 8, 9, 10, 12, 13, 15, 16 et 17),
- b) Stagnation après décroissance sur plusieurs années (catégorie n°14),
- c) Croissance nette sur les derniers exercices (catégorie n°6),
- d) Stagnation après croissance sur plusieurs années (catégories n°4 et 5),
- e) Evolution cyclique difficilement modélisable à long terme (catégories n°1 et 11).

Comme on peut s'y attendre, la baisse de la mortalité féminine l'emporte au global sur toute autre considération. On remarquera que les maladies cardiovasculaires et les tumeurs (catégories n°7 et 2) qui représentent 61,7% des décès en 1979 et 56,9% en 2004, sont classées dans le premier groupe (décroissance quasi-linéaire). Ces deux grandes causes sont essentielles pour la modélisation de la mortalité féminine française. Par ailleurs, les différentes évolutions parfois contradictoires, laissent présager un ralentissement dans le rythme de croissance de la longévité des femmes. Ce résultat est observé sur le cumul des prévisions issues de l'analyse par grandes catégories de décès, comme dans l'analyse globale, toutes causes de décès confondues²⁵.

²⁵ C'est aussi parce que l'approche par grandes causes a nécessité une modélisation plus détaillée de la composante temporelle k_t par le test systématique de 4 modèles de régression et de 12 processus ARIMA, que ces résultats ont pu être mis en évidence.

1.2) Deux visions de la mortalité future des femmes coexistent : décroissance linéaire ou freinée

On constate que les projections de la mortalité féminine peuvent être appréhendées de 2 façons :

a) Décroissance linéaire des taux de mortalité :

Cette hypothèse prudente est retenue dans les tables TPG 1993 et TGF 2005. Elle est adaptée aux portefeuilles de rentiers car elle présente une marge de sécurité destinée à prévenir le risque d'antisélection et les gains non anticipés d'espérance de vie des femmes. Elle a pour inconvénient de freiner la souscription de contrats avec sortie en rente viagère : les nouvelles tables font perdre beaucoup de pouvoir d'achat aux rentiers potentiels (-7,5% / TPG 1993 pour une rente viagère à 60 ans en 2008). Il n'est également pas possible, pour le moment, d'adapter le cas général issu de ces tables aux situations individuelles (prise en compte de la catégorie socioprofessionnelle, du département ou de la région, ...). On notera également que, si les nouvelles tables sont disponibles par sexe, bien des assureurs n'utilisent que les tables féminines pour les calculs de rentes viagères, en liaison avec la réglementation européenne.

b) Décroissance ralentie des taux de mortalité :

L'analyse par grandes causes a permis de mettre en évidence une espérance de vie féminine qui progressera moins rapidement dans le futur. Ces résultats sont corroborés par des études récentes sur la période 1950-2000 des principaux pays occidentaux²⁶. Si les progrès sanitaires et médicaux en France ont permis une hausse sensible de l'espérance de vie des femmes, on constate depuis deux décennies une réduction de leurs gains de longévité. Les raisons de l'avantage féminin ont été largement énoncées : avantage biologique, comportements plus favorables à la santé, rapport plus facile à la médecine, etc. Les femmes sont donc les premières à bénéficier de ces avancées, suivies à plus au moins longue échéance par les hommes. Ainsi, depuis la canicule de 2003, on constate que les mesures prévention en faveur des personnes âgées ont permis d'obtenir une baisse substantielle de la mortalité féminine au-delà de 65 ans²⁷. Actuellement, ce sont surtout les progrès réalisés aux grands âges qui soutiennent principalement la hausse de l'espérance de vie des femmes : 83,8 ans à la naissance en 2005.

1.3) Des tables de mortalité prospectives satisfaisantes mais avec des nombres de survivants Lx nettement en retrait aux âges élevés de ceux affichés par les nouvelles tables officielles féminines

Les modélisations Lee-Carter standard et logistique ont permis la réalisation des tables de génération TGF v.1 et TGF v.2 dans cette étude. Elles ont été construites de façon endogène à partir d'un historique de 26 années de taux bruts de décès, sans référence à un modèle externe et sans fixation de contraintes liées à des avis d'experts ou à l'observation de portefeuilles de rentiers. Ces tables reflètent donc l'anticipation, réalisée en 2008 à partir d'une approche par grandes causes médicales de décès, de la croissance à long terme de l'espérance de vie féminine en France. Les résultats, même s'ils sont soumis à des aléas et biais plus importants qu'une analyse générale toutes causes confondues, sont satisfaisants au regard du fait qu'il reste très difficile, avec les outils statistiques dont on dispose, de prévoir la mortalité à très long terme. Les nombreux travaux récents en matière de mortalité prospective attestent par ailleurs de l'intérêt croissant du sujet.

²⁶ F. MESLE [2004] - Espérance de vie : un avantage féminin menacé ? - Population & Sociétés - INED.

²⁷ F. PRIOUX [2006] - L'évolution démographique récente en France - Population - INED.

Les tables officielles TGF 2005, même si elles sont élaborées de façon plus précise au regard des méthodologies employées (références aux tables INSEE) et de l'adéquation aux régimes de rentiers, anticipent un accroissement linéaire avec les générations de l'espérance de vie des femmes. Cette hypothèse n'est pas vérifiée sur l'historique récent. Cette étude ouvre donc le débat sur une prise en compte non linéaire de la composante temporelle dans les futures tables de mortalité prospectives.

1.4) En matière de rente viagères et d'espérance de vie, les résultats de l'approche par causes sont proches de ceux obtenus en 2008 avec les TPG 1993, mais s'en éloignent à la baisse à l'horizon 2050

Les applications en Assurance Vie des tables TGF v.1 et TGF v.2 donnent des capitaux constitutifs de rentes et des espérances de vie similaires aux résultats TPG 1993 :

- Les anciennes tables TPG 1993 semblent cohérentes pour les projections de durée de vie des générations de femmes qui liquident leur retraite en 2008 au niveau national.

Ce résultat est aussi lié au fait que les tables TPG 1993 sont basées sur une analyse de la mortalité féminine nationale. Les tables TGF 2005 sont construites à partir d'observations sur 19 portefeuilles de rentiers et d'un référentiel INSEE composé des tables du moment de 1962 à 2000.

Le coût d'une rente viagère à 60 ans augmente, pour un calcul sur la période 2000-2050, de 7,9% avec les TGF v.1, de 6,7% avec les TGF v.2 et de 15,4% avec les TPG 1993. Ces dernières anticipent une augmentation linéaire de l'espérance de vie, contrairement aux tables construites à partir d'une approche par grandes causes.

- Les anciennes tables officielles TPG 1993 restent prudentes pour modéliser la longévité de la population féminine française dans les prochaines décennies. Les tables TGF 2005 présentent un écart important de +4,6 ans en 2050 par rapport à ces dernières, sensé mieux correspondre aux régimes de rentiers.

1.5) L'analyse par grandes causes de décès est plus complexe à mettre en œuvre et plus difficile à modéliser

La prise en compte d'une décomposition en 17 grandes causes de mortalité a permis de distinguer des comportements multiples et parfois contradictoires dans le temps. Le phénomène pourrait être décomposé en davantage de sous-catégories. On se trouverait alors face à des causes de décès avec des sinistres peu fréquents et donc difficilement modélisables. L'analyse par causes est en effet plus complexe à mettre en œuvre avant tout en raison d'un volume de données qui est multiplicatif avec le nombre de catégories à analyser. Les biais issus de cette analyse se cumulent lors du regroupement final des projections, toutes causes cumulées. On peut aussi ajouter que la décomposition retenue dans cette étude en 17 catégories n'est pas statistique mais médicale en fonction de la codification CIM. Le regroupement de grandes causes en agrégats au comportement similaire est un autre axe d'analyse à envisager.

CONCLUSION

Dans les régimes en rentes viagères, l'assureur est confronté au risque de longévité, bien plus qu'à des risques financiers. L'appréciation de la durée de vie humaine est donc un exercice indispensable mais difficile. Sur le dernier siècle, si l'espérance de vie des femmes a connu une croissance essentiellement linéaire pour atteindre 83,8 ans en 2005, celle-ci s'est considérablement ralentie sur les 20 dernières années. L'approche par grandes causes médicales de décès a permis de mettre en évidence cette tendance. Elle a été réalisée sur la base d'un modèle à causes de sorties multiples comportant 17 modèles endogènes de type Lee-Carter basés sur un historique de 26 années et avec des méthodes de projections plus détaillées pour limiter la part de subjectivité. Les tables de mortalité féminines de génération construites au terme de l'analyse donnent des niveaux de rentes viagères proches d'un calcul avec les anciennes tables officielles françaises TPG 1993 en 2008. Les capitaux constitutifs des rentes s'en éloignent à la baisse à l'horizon de calcul 2050, compte tenu de la non-linéarité observée. Dans une approche par grandes causes, l'analyse est plus complexe et les biais s'additionnent avec le nombre de catégories retenues. Les résultats obtenus permettent de modéliser la survie de l'ensemble de la population féminine française. Pour une population de rentiers, les résultats sont sous-estimés en raison essentiellement de l'antisélection (la rente attire les individus qui pensent vivre le plus longtemps) et de l'aléa moral (le développement des retraites aurait effectivement contribué à l'allongement de l'espérance de vie)²⁸.

Pour J. W. VAUPEL²⁹, "les projections d'espérance de vie prenant en compte les causes de décès ont en général produit des résultats encore plus décevants que celles ignorant les causes de décès. Cela s'explique par une raison simple. Au fur et à mesure que des progrès sont faits pour réduire une cause de décès, les chercheurs et les médecins reportent leurs efforts sur les principales causes de décès restantes. Par conséquent, les progrès dans la lutte contre ces causes de décès ont tendance à s'accélérer. De ce fait, les projections par cause de décès ont généralement donné des prévisions d'espérance de vie bien plus basses". Cette réflexion semble, au terme de cette analyse, plutôt pessimiste au regard du fait que l'on a démontré l'adéquation entre les projections par cause et les projections globales toutes causes de décès confondues³⁰.

Pour les régimes en rentes viagères, assurances liées à la survie de l'assuré, c'est avant tout la sous-mortalité des bénéficiaires qui pose problème à l'assureur. Mortalité et espérance de vie sont par définition intimement liées. L'analyse par grandes causes de décès reste donc une des pistes intéressantes pour appréhender les progrès futurs de la médecine comme des comportements sanitaires sur la longévité humaine.

Ce sujet relève également de la modélisation de l'hétérogénéité, en particulier aux grands âges. La baisse de la mortalité aux âges élevés a fortement contribué à l'augmentation de l'espérance de vie féminine dans les pays développés³¹. L'hétérogénéité peut se définir ici comme la différence entre les causes pertinentes constatées lors du décès des individus de sexe féminin. Le fait de travailler sur des données statistiques agrégées fait perdre de vue

²⁸ A. MASSON - Pourquoi la rente viagère et la vente en viager sont-elles si peu diffusées ? – Risques n°59.

²⁹ J. W. VAUPEL [2004] - Projections de mortalité et rentes viagères - Newsletter SCOR Vie.

³⁰ cf. chapitre IV - section 1.3.

³¹ BARBI E., CASELLI E., VALLIN J. [2003]. Hétérogénéité des générations et âge extrême de vie - INED.

l'hétérogénéité. Cette étude a donc le mérite de réintroduire une vision plus diversifiée de la mortalité féminine.

L'établissement de coefficients multiplicateurs ou de décalages à appliquer aux tables de mortalité prospectives en fonction de la catégorie socioprofessionnelle et/ou de la zone géographique constituent d'autres voies de recherche à approfondir en la matière. Cette différenciation multicritères semble indispensable en raison d'un phénomène pervers observé dans tout régime de rentes : la sur-représentation des mauvais risques conduit les assureurs à réviser leurs tarifs à la hausse, ce qui écarte davantage les meilleurs risques, augmente l'effet d'antisélection et réduit d'autant la taille des marchés³². Une solution alternative serait de rendre l'achat de la rente obligatoire, ce que font finalement les régimes de retraite obligatoire. Dans ce cas de figure, la marge de sécurité liée à la prise en compte de portefeuilles de rentiers dans les nouvelles tables féminines TGF 2005 semble plus discutable. Ces questions sont à étudier aussi bien au niveau statistique et actuariel qu'au niveau réglementaire.



³² A. MASSON [2004] - Pourquoi la rente viagère et la vente en viager sont-elles si peu diffusées ? - Risques n°59.

BIBLIOGRAPHIE

AOUBA A., PEQUIGNOT F., LE TOULLEC A., JOUGLA E. [2007]. Les causes médicales de décès en France en 2004 et leur évolution 1980-2004. INSERM - CépiDc.

AT A., FORTIN A., GOSSELIN C., LENOIR M. [2005]. Création de tables de mortalité prospectives en France. Mémoire de statistique appliquée. ENSAE.

BARBI E., CASELLI E., VALLIN J. [2003]. Hétérogénéité des générations et âge extrême de vie – INED.

BOHANNON T., COHEN R. [2000]. ANOVA and Regression. SAS Institute.

BOWERS N.L., GERBER H.U., HICKMAN J.C., JONES D.A., NESBITT C.J. [1986]. Actuarial Mathematics. Society of Actuaries.

BROCKLEBANK J., DICKEY D. [1994/2007]. Forecasting Techniques Using SAS/ETS® Software. SAS Institute.

BROUHNS N., DENUIT M. [2002]. Risque de longévité et rentes viagères, Tables de mortalité prospectives pour la population belge. Belgian Actuarial Bulletin.

CHOQUE P. [1992]. Les techniques de l'assurance vie et de la réassurance vie.

COALE A., KISKER E.E. [1990]. Defects in data on old age mortality in the united states : New procedures for calculating approximatively accurate mortality schedules and life tables at the highest ages. Asian and Pacific Population Forum.

DELWARDE D., DENUIT M. [2003]. Importance de la période d'observation et des âges considérés dans la projection de la mortalité selon la méthode de Lee-Carter. Belgian Actuarial Bulletin.

GUTTERMAN S., VANDERHOOFT I.T. [1999]. Forecasting changes in mortality: a search for a law of causes and effects. North American Actuarial Journal 2, 135-138.

HORNY G. [2006]. Modèles de durée multivariés avec hétérogénéité multiple : application au marché du travail, Thèse de doctorat ès Sciences économiques, Strasbourg.

HIDALGO M. [1992]. Tables de mortalité prospectives à l'horizon 2020 et risque viager. Université Louis Pasteur, Strasbourg.

LECOUTRE J-P. [1998]. Statistique et probabilités. Dunod.

LEE R.D. [2000]. The Lee-Carter method of forecasting mortality, with various extensions and applications. North American Actuarial Journal.

- LEE R.D., CARTER L. [1992] Modelling and forecasting mortality, with various extensions and applications. Journal of the American Statistical Association 87, 659-671.
- MASSON A. [2004] Pourquoi la rente viagère et la vente en viager sont-elles si peu diffusées ?. Risques n°59.
- MESLE F. [2004]. Espérance de vie : un avantage féminin menacé ?. Population & Sociétés. INED.
- PRIOUX F. [2006]. L'évolution démographique récente en France. Population. INED.
- PETAUTON P. [1993]. Les tables de mortalité. Risques n°15.
- PLANCHET F. [2007]. Modèles prospectifs de mortalité avec dérive contrainte - application au risque de longévité pour un régime de rentes. ISFA. Winter & Associés.
- PLANCHET F., LELIEUR V. [2006]. Utilisation des méthodes de Lee-Carter et Log-Poisson pour l'ajustement de tables de mortalité dans le cas de petits échantillons. ISFA. Winter & Associés.
- PLANCHET F., THEROND P. [2006]. Modèles de durée, applications actuarielles. Economica.
- TASSI P. [1989]. Analyse statistique des durées de vie. Economica.
- TOSETTI A., BEHAR T., FROMENTEAU M., MENART S. [2002]. Assurance : Comptabilité, Réglementation, Actuariat. Economica.
- VAUPEL J. W. [2004]. Projections de mortalité et rentes viagères - Newsletter SCOR Vie.



ANNEXE 1 - Principales causes de décès et codification internationale.

CAUSES DE DÉCÈS, "LISTE EUROPÉENNE SUCCINCTE"

Liste corrigée – octobre 2000

N°	Maladies ou causes extérieures	Cim10	Cim9
	Toutes causes de décès	A00-Y89	001-E999
1	I. Maladies infectieuses et parasitaires	A00-B99	001-139
2	Tuberculose	A15-A19,B90	010-018,137
3	Infection à méningocoques	A39	36
4	SIDA et maladies à VIH	B20-B24	042-044
5	Hépatites virales et autres	B15-B19	70
	Autres		
6	II. Tumeurs	C00-D48	140-239
7	Tumeurs malignes	C00-C97	140-208
8	Tumeur maligne de la lèvre, de la cavité buccale et du pharynx	C00-C14	140-149
9	Tumeur maligne du oesophage	C15	150
10	Tumeur maligne de l'estomac	C16	151
11	Tumeur maligne du côlon	C18	153
12	Tumeur maligne du rectum et de l'anus	C19-C20-C21	154
13	Tumeur maligne du foie et des voies biliaires intrahépatiques	C22	155
14	Tumeur maligne du pancréas	C25	157
15	Tumeur maligne du larynx, de la trachée, des bronches et du poumon	C32-C34	161-162
16	Mélanome malin de la peau	C43	172
17	Tumeur maligne du sein	C50	174-175
18	Tumeur maligne du col de l'utérus	C53	180
19	Tumeur maligne d'autres parties de l'utérus	C54-55	179,182
20	Tumeur maligne de l'ovaire	C56	183.0
21	Tumeur maligne de la prostate	C61	185
22	Tumeur maligne du rein	C64	189.0
23	Tumeur maligne de la vessie	C67	188
24	Tumeur maligne des tissus lymphoïdes et hématopoïétiques	C81-C96	200-208
	Autres tumeurs malignes		
	Autres tumeurs		
25	III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques,	D50-D89	279-289
26	IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métaboliques	E00-E90	240-278
27	Diabète sucré	E10-E14	250
	Autres		
28	V. Troubles mentaux et du comportement	F00-F99	290-319
29	Abus d'alcool (y compris psychose alcoolique)	F10	291,303
30	Pharmacodépendance, toxicomanie	F11-F16,	304-305
		F18-F19	
	Autres		

N°	Maladies ou causes extérieures	Cim10	Cim9
31	VI. Maladies du système nerveux et des organes des sens	G00-H95	320-389
32	Méningites (autres que 03)	G00-G03	320-322
	Autres		
33	VII. Maladie de l'appareil circulatoire	I00-I99	390-459
34	Cardiopathies ischémiques	I20-I25	410-414
35	Autres cardiopathies	I30-I33, I39-I52	420-423, 425-429
36	Maladies cérébrovasculaires	I60-I69	430-438
	Autres		
37	VIII. Maladies de l'appareil respiratoire	J00-J99	460-519
38	Grippe	J10-J11	487
39	Pneumonie	J12-J18	480-486
40	Maladies chroniques des voies respiratoires inférieures	J40-J47	490-494,496
41	Asthme	J45-J46	493
	Autres		
42	IX. Maladies de l'appareil digestif	K00-K93	520-579
43	Ulcère gastro-duodéal	K25-K28	531-534
44	Maladie chronique du foie	K70, K73-K74	571.0-571.9
	Autres		
45	X. Maladies de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané	L00-L99	680-709
46	XI. Maladies du système ostéo-articulaire, des muscles et du tissu conjonctif	M00-M99	710-739
47	Arthrite rhumatoïde et ostéoarthrite	M05-M06, M15-M19	714-715
	Autres		
48	XII. Maladies de l'appareil génito-urinaire	N00-N99	580-629
49	Maladies du rein et de l'uretère	N00-N29	580-594
	Autres		
50	XIII. Complic. de grossesse, accouch. et puerpéralité	O00-O99	630-676
51	XIV. Certaines affections dont l'origine se situe dans la période périnatale	P00-P96	760-779
52	XV. Malformations congén. et anom. chromosomiques	Q00-Q99	740-759
53	Malformations congénitales du système nerveux	Q00-Q07	740-742
54	Malformations congénitales de l'appareil circulatoire	Q20-Q28	745-747
	Autres		
55	XVI. Symptômes et états morbides mal définis	R00-R99	780-799
56	Syndrome de mort subite du nourrisson	R95	798.0
57	Causes inconnues ou non précisées	R96-R99	798.1-9
	Autres		799.0,2-3,5-9
58	XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement	V01-Y89	E800-E999
59	Accidents	V01-X59	E800-E928
60	Accidents de transport	V01-V99	E800-E848
61	Chutes accidentelles	W00-W19	E880-E888
62	Intoxications accidentelles	X40-X49	E850-E869
	Autres		
63	Suicides	X60-X84	E950-E958
64	Homicides	X85-Y09	E960-E968
65	Événements dont l'intention n'est pas déterminée	Y10-Y34	E980-E988
	Autres		

ANNEXE 2

TAUX BRUTS DE DECES SELON LES PRINCIPALES CAUSES MEDICALES - FRANCE - 1979 A 2004 SEXE FEMININ

I. Maladies infectieuses et parasitaires

Âges \ Années	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,026%	0,022%	0,017%	0,023%	0,017%	0,012%	0,015%	0,015%	0,014%	0,012%	0,012%	0,010%	0,012%	0,012%	0,015%	0,011%	0,012%	0,007%	0,009%	0,006%	0,006%	0,012%	0,009%	0,009%	0,008%	0,006%
[1-4 ans]	0,002%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[5-14 ans]	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[25-34 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,002%	0,003%	0,005%	0,007%	0,009%	0,010%	0,010%	0,010%	0,007%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%
[35-44 ans]	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,003%	0,003%	0,004%	0,005%	0,006%	0,007%	0,008%	0,007%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%
[45-54 ans]	0,005%	0,005%	0,005%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,005%	0,005%	0,004%	0,003%	0,003%	0,002%	0,004%	0,003%	0,004%	0,004%	0,004%
[55-64 ans]	0,010%	0,008%	0,009%	0,008%	0,007%	0,008%	0,007%	0,007%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,008%	0,008%	0,008%	0,006%	0,005%	0,005%	0,009%	0,007%	0,008%	0,008%	0,007%
[65-74 ans]	0,024%	0,024%	0,023%	0,025%	0,026%	0,023%	0,024%	0,022%	0,020%	0,019%	0,019%	0,018%	0,019%	0,018%	0,020%	0,021%	0,020%	0,019%	0,018%	0,017%	0,024%	0,023%	0,023%	0,024%	0,019%	0,019%
[75-84 ans]	0,070%	0,070%	0,073%	0,074%	0,077%	0,071%	0,076%	0,076%	0,066%	0,068%	0,070%	0,069%	0,067%	0,067%	0,072%	0,072%	0,070%	0,064%	0,062%	0,061%	0,057%	0,072%	0,071%	0,074%	0,082%	0,068%
[85-94 ans]	0,148%	0,155%	0,179%	0,172%	0,174%	0,174%	0,194%	0,198%	0,178%	0,179%	0,187%	0,190%	0,185%	0,195%	0,189%	0,199%	0,203%	0,186%	0,182%	0,190%	0,183%	0,246%	0,243%	0,241%	0,279%	0,217%
[95 ans et +]	0,212%	0,254%	0,271%	0,294%	0,311%	0,427%	0,363%	0,397%	0,394%	0,415%	0,428%	0,321%	0,373%	0,399%	0,447%	0,373%	0,405%	0,407%	0,375%	0,395%	0,385%	0,539%	0,455%	0,444%	0,556%	0,425%

II. Tumeurs

Âges \ Années	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,005%	0,008%	0,007%	0,007%	0,010%	0,007%	0,006%	0,008%	0,006%	0,007%	0,007%	0,004%	0,005%	0,006%	0,006%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,009%	0,005%	0,003%	0,003%	0,005%	0,003%	0,005%
[1-4 ans]	0,006%	0,007%	0,007%	0,005%	0,005%	0,006%	0,004%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,004%	0,005%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,002%	0,004%	0,002%
[5-14 ans]	0,005%	0,004%	0,005%	0,004%	0,004%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%
[15-24 ans]	0,006%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,006%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%
[25-34 ans]	0,013%	0,015%	0,013%	0,013%	0,014%	0,014%	0,014%	0,013%	0,012%	0,013%	0,012%	0,011%	0,012%	0,012%	0,011%	0,011%	0,011%	0,011%	0,011%	0,011%	0,011%	0,010%	0,010%	0,009%	0,011%	0,010%
[35-44 ans]	0,048%	0,046%	0,048%	0,046%	0,045%	0,044%	0,042%	0,042%	0,046%	0,044%	0,045%	0,045%	0,042%	0,045%	0,044%	0,045%	0,045%	0,043%	0,043%	0,046%	0,047%	0,046%	0,042%	0,044%	0,043%	0,041%
[45-54 ans]	0,139%	0,141%	0,132%	0,133%	0,134%	0,133%	0,129%	0,131%	0,131%	0,129%	0,128%	0,124%	0,123%	0,119%	0,122%	0,121%	0,120%	0,118%	0,120%	0,122%	0,125%	0,124%	0,122%	0,127%	0,127%	0,124%
[55-64 ans]	0,280%	0,281%	0,290%	0,288%	0,293%	0,288%	0,277%	0,276%	0,274%	0,274%	0,272%	0,268%	0,268%	0,264%	0,267%	0,260%	0,256%	0,256%	0,251%	0,259%	0,255%	0,252%	0,253%	0,246%	0,243%	0,248%
[65-74 ans]	0,539%	0,526%	0,534%	0,534%	0,533%	0,537%	0,536%	0,525%	0,518%	0,510%	0,495%	0,491%	0,505%	0,506%	0,508%	0,503%	0,494%	0,497%	0,485%	0,482%	0,481%	0,483%	0,493%	0,480%	0,479%	0,469%
[75-84 ans]	1,015%	1,013%	1,022%	1,014%	1,024%	1,013%	0,998%	0,989%	0,991%	0,994%	0,990%	0,961%	0,961%	0,960%	0,969%	0,946%	0,967%	0,941%	0,904%	0,897%	0,894%	0,864%	0,870%	0,905%	0,896%	0,884%
[85-94 ans]	1,628%	1,599%	1,659%	1,638%	1,645%	1,635%	1,612%	1,594%	1,606%	1,619%	1,645%	1,608%	1,601%	1,604%	1,631%	1,570%	1,599%	1,574%	1,523%	1,565%	1,589%	1,634%	1,628%	1,643%	1,647%	1,594%
[95 ans et +]	1,684%	1,704%	1,621%	2,012%	2,072%	2,133%	2,277%	2,208%	2,313%	2,275%	2,196%	2,062%	2,016%	2,141%	2,206%	2,045%	2,065%	2,060%	2,037%	2,126%	1,899%	2,054%	2,054%	2,037%	2,084%	1,945%

III. Maladies du sang et des organes hématopoïétiques

Âges \ Années	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,005%	0,004%	0,005%	0,003%	0,004%	0,004%	0,002%	0,004%	0,003%	0,001%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,000%	0,001%	0,001%	0,000%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,001%
[1-4 ans]	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[5-14 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[25-34 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[35-44 ans]	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%
[45-54 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[55-64 ans]	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%
[65-74 ans]	0,008%	0,008%	0,007%	0,008%	0,008%	0,010%	0,009%	0,008%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,007%	0,006%	0,006%	0,007%	0,006%	0,005%	0,005%	0,004%	0,005%	0,004%
[75-84 ans]	0,030%	0,026%	0,029%	0,026%	0,029%	0,029%	0,033%	0,028%	0,026%	0,025%	0,022%	0,024%	0,025%	0,023%	0,026%	0,024%	0,026%	0,025%	0,022%	0,023%	0,024%	0,015%	0,015%	0,016%	0,017%	0,014%
[85-94 ans]	0,068%	0,071%	0,073%	0,075%	0,082%	0,078%	0,084%	0,080%	0,084%	0,080%	0,076%	0,079%	0,084%	0,073%	0,084%	0,078%	0,082%	0,085%	0,081%	0,089%	0,081%	0,069%	0,069%	0,061%	0,068%	0,059%
[95 ans et +]	0,078%	0,117%	0,142%	0,160%	0,157%	0,190%	0,185%	0,195%	0,211%	0,171%	0,171%	0,222%	0,207%	0,160%	0,177%	0,203%	0,210%	0,174%	0,205%	0,193%	0,217%	0,163%	0,164%	0,148%	0,187%	0,153%

IV. Maladies endocriniennes, nutritionnelles et métab.

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,010%	0,012%	0,010%	0,009%	0,015%	0,014%	0,013%	0,011%	0,009%	0,008%	0,007%	0,009%	0,008%	0,008%	0,007%	0,008%	0,006%	0,007%	0,006%	0,007%	0,007%	0,009%	0,010%	0,007%	0,008%	0,010%
[1-4 ans]	0,001%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[5-14 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,001%
[15-24 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[25-34 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[35-44 ans]	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%
[45-54 ans]	0,004%	0,005%	0,004%	0,005%	0,005%	0,004%	0,004%	0,005%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,004%	0,005%	0,004%	0,006%	0,005%
[55-64 ans]	0,015%	0,016%	0,015%	0,015%	0,016%	0,014%	0,014%	0,013%	0,012%	0,012%	0,011%	0,011%	0,011%	0,010%	0,010%	0,010%	0,010%	0,009%	0,009%	0,011%	0,012%	0,013%	0,014%	0,013%	0,013%	0,013%
[65-74 ans]	0,061%	0,061%	0,060%	0,055%	0,059%	0,054%	0,050%	0,047%	0,043%	0,039%	0,035%	0,038%	0,034%	0,034%	0,036%	0,036%	0,035%	0,032%	0,035%	0,043%	0,044%	0,050%	0,048%	0,050%	0,053%	0,045%
[75-84 ans]	0,208%	0,203%	0,204%	0,191%	0,204%	0,191%	0,184%	0,179%	0,160%	0,157%	0,152%	0,151%	0,149%	0,144%	0,149%	0,142%	0,139%	0,127%	0,127%	0,148%	0,151%	0,159%	0,157%	0,168%	0,188%	0,155%
[85-94 ans]	0,499%	0,499%	0,498%	0,489%	0,519%	0,491%	0,496%	0,490%	0,477%	0,456%	0,499%	0,501%	0,494%	0,483%	0,495%	0,470%	0,488%	0,484%	0,477%	0,538%	0,549%	0,590%	0,610%	0,624%	0,776%	0,551%
[95 ans et +]	0,913%	0,886%	0,860%	1,077%	1,231%	1,220%	1,288%	1,446%	1,254%	1,156%	1,297%	1,404%	1,339%	1,328%	1,355%	1,267%	1,420%	1,385%	1,371%	1,516%	1,509%	1,454%	1,567%	1,568%	1,996%	1,405%

V. Troubles mentaux et du comportement

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[1-4 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[5-14 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[25-34 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[35-44 ans]	0,002%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%
[45-54 ans]	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,006%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,006%	0,006%	0,007%	0,006%	0,007%	0,006%
[55-64 ans]	0,007%	0,008%	0,009%	0,009%	0,010%	0,010%	0,008%	0,008%	0,007%	0,009%	0,008%	0,008%	0,007%	0,007%	0,008%	0,007%	0,006%	0,006%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,008%	0,008%	0,009%	0,008%
[65-74 ans]	0,019%	0,021%	0,025%	0,025%	0,029%	0,027%	0,026%	0,026%	0,023%	0,020%	0,018%	0,017%	0,017%	0,015%	0,016%	0,016%	0,016%	0,016%	0,018%	0,016%	0,017%	0,019%	0,019%	0,018%	0,020%	0,016%
[75-84 ans]	0,081%	0,087%	0,122%	0,125%	0,142%	0,139%	0,140%	0,142%	0,135%	0,137%	0,130%	0,127%	0,120%	0,114%	0,121%	0,116%	0,117%	0,107%	0,098%	0,103%	0,109%	0,109%	0,106%	0,109%	0,115%	0,096%
[85-94 ans]	0,213%	0,264%	0,306%	0,374%	0,420%	0,433%	0,443%	0,488%	0,468%	0,512%	0,501%	0,526%	0,497%	0,481%	0,510%	0,509%	0,512%	0,509%	0,538%	0,598%	0,649%	0,691%	0,711%	0,750%	0,807%	0,635%
[95 ans et +]	0,272%	0,309%	0,499%	0,574%	0,684%	0,806%	0,895%	1,102%	1,007%	1,031%	1,144%	1,169%	1,101%	1,184%	1,204%	1,232%	1,321%	1,368%	1,371%	1,637%	1,670%	1,809%	1,919%	1,914%	2,132%	1,727%

VI. Maladies du syst. nerveux et des org. des sens

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,024%	0,024%	0,022%	0,025%	0,023%	0,017%	0,021%	0,015%	0,018%	0,023%	0,017%	0,016%	0,020%	0,019%	0,019%	0,024%	0,023%	0,021%	0,017%	0,021%	0,019%	0,017%	0,015%	0,015%	0,014%	0,017%
[1-4 ans]	0,003%	0,005%	0,005%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%
[5-14 ans]	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[15-24 ans]	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%
[25-34 ans]	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%
[35-44 ans]	0,003%	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,005%	0,003%	0,004%	0,004%	0,004%
[45-54 ans]	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,006%	0,007%	0,006%	0,007%	0,006%	0,006%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,006%	0,006%	0,005%	0,006%	0,006%	0,006%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,006%
[55-64 ans]	0,015%	0,015%	0,015%	0,015%	0,015%	0,014%	0,013%	0,014%	0,014%	0,013%	0,014%	0,015%	0,013%	0,013%	0,013%	0,013%	0,013%	0,013%	0,013%	0,014%	0,014%	0,016%	0,016%	0,016%	0,015%	0,013%
[65-74 ans]	0,045%	0,046%	0,044%	0,042%	0,044%	0,040%	0,038%	0,036%	0,035%	0,034%	0,037%	0,039%	0,037%	0,037%	0,040%	0,039%	0,040%	0,042%	0,039%	0,046%	0,047%	0,052%	0,047%	0,054%	0,056%	0,047%
[75-84 ans]	0,168%	0,142%	0,140%	0,130%	0,136%	0,111%	0,091%	0,093%	0,102%	0,115%	0,124%	0,120%	0,121%	0,122%	0,128%	0,132%	0,137%	0,141%	0,142%	0,162%	0,173%	0,189%	0,205%	0,219%	0,249%	0,224%
[85-94 ans]	0,403%	0,287%	0,296%	0,260%	0,280%	0,216%	0,159%	0,156%	0,168%	0,204%	0,224%	0,239%	0,222%	0,235%	0,245%	0,259%	0,268%	0,277%	0,309%	0,386%	0,443%	0,554%	0,601%	0,675%	0,802%	0,739%
[95 ans et +]	0,570%	0,409%	0,423%	0,406%	0,447%	0,310%	0,215%	0,242%	0,232%	0,266%	0,307%	0,332%	0,304%	0,290%	0,337%	0,317%	0,351%	0,328%	0,393%	0,519%	0,639%	0,766%	0,850%	0,907%	1,129%	1,056%

VII. Maladie de l'appareil circulatoire

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	199
--------------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----

VIII. Maladies de l'appareil respiratoire

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,019%	0,023%	0,019%	0,015%	0,015%	0,013%	0,011%	0,018%	0,013%	0,012%	0,011%	0,013%	0,015%	0,014%	0,013%	0,008%	0,006%	0,004%	0,007%	0,009%	0,003%	0,004%	0,004%	0,005%	0,005%	0,002%
[1-4 ans]	0,003%	0,002%	0,003%	0,002%	0,003%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[5-14 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%
[25-34 ans]	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[35-44 ans]	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%
[45-54 ans]	0,007%	0,008%	0,008%	0,008%	0,008%	0,007%	0,009%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,006%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%
[55-64 ans]	0,019%	0,020%	0,018%	0,019%	0,022%	0,019%	0,020%	0,020%	0,017%	0,017%	0,018%	0,016%	0,017%	0,017%	0,019%	0,017%	0,017%	0,018%	0,018%	0,018%	0,018%	0,014%	0,011%	0,012%	0,012%	0,011%
[65-74 ans]	0,068%	0,069%	0,072%	0,066%	0,076%	0,066%	0,068%	0,069%	0,054%	0,056%	0,056%	0,055%	0,054%	0,059%	0,061%	0,057%	0,060%	0,063%	0,062%	0,068%	0,065%	0,052%	0,045%	0,046%	0,049%	0,043%
[75-84 ans]	0,311%	0,322%	0,367%	0,295%	0,354%	0,281%	0,313%	0,328%	0,270%	0,274%	0,286%	0,300%	0,278%	0,293%	0,316%	0,291%	0,299%	0,300%	0,285%	0,288%	0,271%	0,209%	0,181%	0,202%	0,218%	0,184%
[85-94 ans]	1,155%	1,156%	1,397%	1,112%	1,380%	1,120%	1,238%	1,313%	1,015%	1,058%	1,154%	1,285%	1,129%	1,189%	1,262%	1,087%	1,160%	1,218%	1,250%	1,314%	1,313%	1,065%	0,940%	1,017%	1,096%	0,861%
[95 ans et +]	2,872%	2,968%	3,771%	3,357%	4,299%	3,601%	4,120%	4,700%	3,448%	3,344%	3,864%	3,982%	3,313%	3,628%	3,874%	3,479%	3,706%	3,757%	3,977%	4,116%	3,862%	3,077%	2,737%	2,807%	3,092%	2,519%

IX. Maladies de l'appareil digestif

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,007%	0,005%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,005%	0,004%	0,003%	0,004%	0,005%	0,005%	0,005%	0,006%	0,005%	0,007%	0,005%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,003%	0,005%	0,003%	0,001%	0,005%
[1-4 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%
[5-14 ans]	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[25-34 ans]	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%	0,002%	0,001%	0,002%	0,002%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[35-44 ans]	0,019%	0,017%	0,017%	0,015%	0,014%	0,014%	0,013%	0,012%	0,012%	0,012%	0,010%	0,011%	0,009%	0,008%	0,009%	0,008%	0,009%	0,008%	0,007%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,008%	0,007%	0,005%
[45-54 ans]	0,047%	0,046%	0,041%	0,039%	0,039%	0,034%	0,033%	0,029%	0,026%	0,028%	0,024%	0,026%	0,023%	0,021%	0,022%	0,022%	0,020%	0,023%	0,022%	0,020%	0,020%	0,018%	0,020%	0,019%	0,019%	0,017%
[55-64 ans]	0,070%	0,066%	0,067%	0,063%	0,060%	0,057%	0,054%	0,049%	0,045%	0,045%	0,045%	0,041%	0,041%	0,039%	0,038%	0,035%	0,036%	0,036%	0,033%	0,034%	0,033%	0,031%	0,030%	0,029%	0,028%	0,027%
[65-74 ans]	0,119%	0,114%	0,109%	0,101%	0,107%	0,097%	0,089%	0,087%	0,074%	0,079%	0,069%	0,067%	0,069%	0,069%	0,065%	0,065%	0,065%	0,063%	0,064%	0,062%	0,060%	0,054%	0,052%	0,054%	0,055%	0,049%
[75-84 ans]	0,302%	0,319%	0,299%	0,288%	0,290%	0,282%	0,264%	0,245%	0,229%	0,224%	0,212%	0,203%	0,202%	0,205%	0,195%	0,190%	0,189%	0,184%	0,171%	0,174%	0,156%	0,137%	0,137%	0,146%	0,146%	0,137%
[85-94 ans]	0,683%	0,707%	0,750%	0,696%	0,745%	0,702%	0,703%	0,660%	0,642%	0,615%	0,618%	0,613%	0,613%	0,568%	0,594%	0,551%	0,558%	0,551%	0,532%	0,554%	0,544%	0,503%	0,511%	0,515%	0,521%	0,482%
[95 ans et +]	0,980%	1,048%	1,224%	1,308%	1,382%	1,320%	1,359%	1,629%	1,385%	1,325%	1,355%	1,208%	1,259%	1,243%	1,273%	1,176%	1,240%	1,217%	1,180%	1,248%	1,058%	1,117%	1,132%	1,058%	1,103%	0,947%

X. Infections de la peau et du tissu cellulaire sous-cutané

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[1-4 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[5-14 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[25-34 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[35-44 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[45-54 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[55-64 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[65-74 ans]	0,005%	0,005%	0,005%	0,004%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%
[75-84 ans]	0,027%	0,029%	0,028%	0,031%	0,035%	0,028%	0,028%	0,028%	0,026%	0,026%	0,027%	0,027%	0,026%	0,027%	0,026%	0,029%	0,028%	0,024%	0,024%	0,022%	0,019%	0,015%	0,017%	0,018%	0,019%	0,013%
[85-94 ans]	0,112%	0,118%	0,106%	0,112%	0,133%	0,122%	0,124%	0,116%	0,106%	0,112%	0,110%	0,108%	0,120%	0,120%	0,115%	0,121%	0,123%	0,117%	0,125%	0,118%	0,117%	0,120%	0,112%	0,117%	0,117%	0,099%
[95 ans et +]	0,212%	0,223%	0,218%	0,231%	0,293%	0,272%	0,357%	0,364%	0,369%	0,331%	0,310%	0,335%	0,333%	0,351%	0,336%	0,348%	0,354%	0,361%	0,407%	0,390%	0,422%	0,350%	0,337%	0,298%	0,375%	0,302%

XI. Maladies syst. ostéo-art., muscles et tissu conj.

Âges \ Année	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[1-4 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[5-14 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%
[15-24 ans]	0,000%	0,000%	0,000%	0,000%																						

XVI. Symptômes et états morbides mal définis

Âges \ Année:	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,271%	0,255%	0,265%	0,270%	0,276%	0,259%	0,257%	0,261%	0,249%	0,262%	0,242%	0,224%	0,229%	0,216%	0,157%	0,121%	0,085%	0,086%	0,068%	0,080%	0,061%	0,056%	0,055%	0,045%	0,048%	0,047%
[1-4 ans]	0,003%	0,004%	0,004%	0,003%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,004%	0,002%	0,004%	0,002%	0,003%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,002%	0,001%
[5-14 ans]	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,000%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%	0,001%
[15-24 ans]	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,004%	0,003%	0,003%	0,004%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,003%	0,002%	0,003%	0,003%	0,002%
[25-34 ans]	0,006%	0,006%	0,006%	0,007%	0,007%	0,007%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,006%	0,005%	0,006%	0,006%	0,005%	0,005%	0,006%	0,006%	0,005%	0,004%	0,004%	0,005%	0,005%	0,005%	0,005%	0,004%
[35-44 ans]	0,009%	0,008%	0,009%	0,009%	0,008%	0,008%	0,007%	0,008%	0,008%	0,008%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,008%	0,007%	0,008%	0,009%	0,009%	0,009%
[45-54 ans]	0,012%	0,012%	0,013%	0,012%	0,012%	0,011%	0,012%	0,011%	0,012%	0,012%	0,011%	0,010%	0,011%	0,009%	0,010%	0,009%	0,010%	0,011%	0,011%	0,012%	0,012%	0,012%	0,013%	0,014%	0,015%	0,013%
[55-64 ans]	0,023%	0,022%	0,024%	0,026%	0,023%	0,021%	0,022%	0,022%	0,021%	0,017%	0,017%	0,016%	0,015%	0,015%	0,015%	0,015%	0,016%	0,016%	0,015%	0,019%	0,018%	0,018%	0,019%	0,019%	0,022%	0,018%
[65-74 ans]	0,066%	0,060%	0,065%	0,069%	0,066%	0,062%	0,062%	0,059%	0,054%	0,047%	0,044%	0,040%	0,039%	0,042%	0,042%	0,043%	0,043%	0,042%	0,047%	0,048%	0,044%	0,049%	0,048%	0,052%	0,042%	0,042%
[75-84 ans]	0,321%	0,309%	0,334%	0,319%	0,325%	0,285%	0,293%	0,286%	0,257%	0,229%	0,231%	0,219%	0,208%	0,208%	0,206%	0,206%	0,208%	0,201%	0,179%	0,198%	0,197%	0,169%	0,178%	0,182%	0,213%	0,172%
[85-94 ans]	1,577%	1,575%	1,650%	1,588%	1,653%	1,452%	1,430%	1,408%	1,322%	1,209%	1,197%	1,153%	1,061%	1,066%	1,046%	1,036%	1,052%	1,056%	1,045%	1,106%	1,080%	1,050%	1,122%	1,187%	1,291%	0,997%
[95 ans et +]	6,057%	6,183%	6,069%	6,784%	7,237%	6,295%	6,925%	6,613%	6,409%	5,939%	5,740%	5,267%	4,967%	5,033%	4,965%	4,995%	5,082%	4,961%	4,844%	5,116%	4,838%	4,688%	4,866%	4,945%	5,146%	4,426%

XVII. Causes externes de blessure et d'empoisonnement

Âges \ Année:	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,077%	0,073%	0,070%	0,059%	0,043%	0,042%	0,036%	0,036%	0,036%	0,038%	0,034%	0,035%	0,031%	0,035%	0,023%	0,020%	0,022%	0,016%	0,019%	0,015%	0,015%	0,013%	0,011%	0,013%	0,010%	0,010%
[1-4 ans]	0,016%	0,016%	0,017%	0,017%	0,016%	0,015%	0,012%	0,012%	0,012%	0,013%	0,013%	0,011%	0,012%	0,010%	0,011%	0,009%	0,009%	0,008%	0,008%	0,006%	0,008%	0,007%	0,008%	0,006%	0,006%	0,005%
[5-14 ans]	0,009%	0,009%	0,009%	0,009%	0,009%	0,008%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,007%	0,006%	0,006%	0,005%	0,005%	0,006%	0,005%	0,004%	0,004%	0,005%	0,005%	0,004%	0,004%	0,004%	0,003%	0,003%
[15-24 ans]	0,033%	0,032%	0,031%	0,031%	0,029%	0,027%	0,026%	0,026%	0,023%	0,023%	0,023%	0,022%	0,022%	0,022%	0,023%	0,020%	0,022%	0,019%	0,019%	0,019%	0,019%	0,018%	0,019%	0,015%	0,013%	0,013%
[25-34 ans]	0,027%	0,027%	0,028%	0,027%	0,029%	0,028%	0,027%	0,025%	0,026%	0,024%	0,024%	0,025%	0,024%	0,023%	0,024%	0,023%	0,023%	0,022%	0,020%	0,021%	0,019%	0,017%	0,017%	0,017%	0,015%	0,014%
[35-44 ans]	0,032%	0,033%	0,031%	0,033%	0,033%	0,033%	0,033%	0,032%	0,030%	0,030%	0,031%	0,028%	0,030%	0,028%	0,029%	0,027%	0,027%	0,027%	0,025%	0,026%	0,025%	0,024%	0,024%	0,023%	0,022%	0,022%
[45-54 ans]	0,040%	0,039%	0,038%	0,040%	0,040%	0,041%	0,039%	0,041%	0,039%	0,042%	0,039%	0,039%	0,037%	0,038%	0,038%	0,036%	0,035%	0,036%	0,035%	0,033%	0,033%	0,031%	0,031%	0,030%	0,029%	0,030%
[55-64 ans]	0,056%	0,054%	0,054%	0,051%	0,054%	0,050%	0,052%	0,051%	0,049%	0,045%	0,048%	0,047%	0,045%	0,043%	0,044%	0,042%	0,042%	0,042%	0,040%	0,040%	0,037%	0,034%	0,035%	0,035%	0,034%	0,032%
[65-74 ans]	0,096%	0,097%	0,096%	0,094%	0,089%	0,090%	0,095%	0,087%	0,082%	0,076%	0,074%	0,073%	0,071%	0,072%	0,068%	0,073%	0,069%	0,065%	0,064%	0,067%	0,064%	0,059%	0,056%	0,057%	0,056%	0,049%
[75-84 ans]	0,311%	0,305%	0,298%	0,296%	0,296%	0,284%	0,280%	0,278%	0,246%	0,247%	0,239%	0,238%	0,229%	0,222%	0,227%	0,209%	0,206%	0,194%	0,186%	0,190%	0,186%	0,161%	0,165%	0,163%	0,182%	0,149%
[85-94 ans]	1,115%	1,071%	1,029%	1,008%	1,044%	1,050%	1,003%	0,952%	0,847%	0,840%	0,857%	0,851%	0,807%	0,767%	0,748%	0,680%	0,676%	0,658%	0,627%	0,708%	0,727%	0,688%	0,686%	0,718%	0,778%	0,611%
[95 ans et +]	2,429%	2,370%	2,494%	2,571%	2,863%	2,619%	2,587%	2,823%	2,429%	2,367%	2,249%	2,361%	2,278%	1,953%	1,948%	1,836%	1,841%	1,804%	1,694%	1,992%	1,793%	1,752%	1,721%	1,757%	1,933%	1,496%

DECES TOUTES CAUSES CONFONDUES

Âges \ Année:	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
[0 à 1 an]	0,908%	0,889%	0,842%	0,828%	0,780%	0,750%	0,725%	0,716%	0,660%	0,681%	0,649%	0,633%	0,623%	0,573%	0,537%	0,513%	0,446%	0,422%	0,418%	0,422%	0,387%	0,384%	0,393%	0,365%	0,349%	0,349%
[1-4 ans]	0,046%	0,053%	0,052%	0,046%	0,050%	0,041%	0,041%	0,040%	0,036%	0,037%	0,036%	0,031%	0,036%	0,028%	0,029%	0,025%	0,028%	0,024%	0,026%	0,020%	0,022%	0,023%	0,024%	0,020%	0,022%	0,017%
[5-14 ans]	0,023%	0,023%	0,023%	0,022%	0,021%	0,020%	0,019%	0,018%	0,018%	0,016%	0,017%	0,015%	0,016%	0,015%	0,014%	0,014%	0,013%	0,012%	0,012%	0,013%	0,013%	0,012%	0,011%	0,012%	0,010%	0,009%
[15-24 ans]	0,053%	0,054%	0,052%	0,050%	0,050%	0,048%	0,046%	0,045%	0,040%	0,040%	0,040%	0,038%	0,038%	0,037%	0,039%	0,035%	0,037%	0,034%	0,032%	0,034%	0,033%	0,031%	0,032%	0,030%	0,026%	0,026%
[25-34 ans]	0,067%	0,068%	0,066%	0,067%	0,069%	0,067%	0,065%	0,062%	0,060%	0,060%	0,061%	0,060%	0,063%	0,065%	0,064%	0,062%	0,063%	0,059%	0,050%	0,051%	0,049%	0,046%	0,045%	0,043%	0,043%	0,040%
[35-44 ans]	0,141%	0,140%	0,137%	0,133%	0,130%	0,126%	0,123%	0,122%	0,121%	0,121%	0,123%	0,118%	0,117%	0,118%	0,118%	0,117%	0,120%	0,118%	0,110%	0,114%	0,115%	0,112%	0,112%	0,110%	0,107%	0,103%
[45-54 ans]	0,327%	0,323%	0,308%	0,303%	0,305%	0,292%	0,286%	0,281%	0,273%	0,273%	0,262%	0,255%	0,252%	0,245%	0,246%	0,242%	0,241%	0,242%	0,244%	0,241%	0,245%	0,245%	0,244%	0,248%	0,251%	0,241%
[55-64 ans]	0,659%	0,650%	0,658%	0,645%	0,649%	0,628%	0,607%	0,596%	0,573%	0,558%	0,552%	0,538%	0,530%	0,517%	0,522%	0,502%	0,493%	0,490%	0,475%	0,495%	0,484%	0,472%	0,472%	0,459%	0,456%	0,442%
[65-74 ans]	1,754%	1,707%	1,705%	1,682%	1,689%	1,626%	1,615%	1,523%	1,405%	1,333%	1,256%	1,231%	1,244%	1,237%	1,244%	1,238%	1,211%	1,198%	1,165%	1,205%	1,173%	1,151%	1,137%	1,120%	1,130%	1,035%
[75-84 ans]	5,821%	5,790%	5,806%	5,538%	5,680%	5,320%	5,328%	5,146%	4,817%	4,677%	4,563%	4,434%	4,359%	4,290%	4,354%	4,148%	4,146%	3,962%	3,713%	3,737%	3,615%	3,384%	3,391%	3,473%	3,622%	3,293%
[85-94 ans]	15,721%	15,823%	16,124%	15,481%	16,136%	15,128%	15,312%	14,840%	13,816%	13,611%	13,756%	13,554%	13,179%	12,840%	13,081%	12,313%	12,536%	12,553%	12,307%	12,953%	12,998%	12,887%	12,916%	13,292%	14,079%	11,980%
[95 ans et +]	30,552%	31,167%	32,192%	35,112%	37,657%	35,986%	38,529%	39,254%	35,623%	33,738%	34,268%	32,631%	31,462%	31,185%	31,612%	30,627%	31,700%	31,457%	31,178%	32,778%	30,956%	30,306%	30,350%	30,254%	32,610%	28,002%

◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆ ◆

ANNEXE 3

Programme SAS IML d'approximation de la matrice $Z \approx \hat{\beta} \cdot \hat{k}$

Ce programme est une adaptation de celui présenté par BROUHS N. et DENUIT M. [2002].

```
/******  
/* Construction des tables de mortalité prospectives  
/* Méthode de Lee-Carter  
/******  
  
/* Calcul des vecteurs  $\beta$  et  $k$  par la méthode de décomposition  
en valeurs et vecteurs propres.*/  
/* SAS/IML */  
/* Input : matrice (Lee) contenant les âges  
en lignes, les années en colonnes  
et dont les éléments sont égaux au logarithme  
du taux de mortalité central  
auquel on a soustrait alpha. */  
  
proc iml;  
title 'Décomposition en valeurs propres';  
use Lee;  
read all var _num_ into x;  
  
call svd(u,q,v,x);  
print u;  
print q;  
print v;  
print x;  
  
u1=u[,1];  
print u1;  
q1=q[1];  
print q1;  
  
/* on calcule le ratio d'inertie expliquée */  
sq=sum(q);  
ratio=q1/sq;  
print ratio;  
  
su1=sum(u1);  
print su1;  
/* on normalise le vecteur */  
un1=u1/su1;  
print un1;  
v1=v[,1];  
print v1;  
vn1=sqrt(q1)*su1*v1;  
print vn1;  
create kt from vn1[colname='k'];  
append from vn1;  
create beta from un1[colname='beta'];  
append from un1;  
quit;
```

Génération	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908	1909	1910	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925	1926	1927	1928	1929	
Age	Lx																														
67																														100 000	
68																														100 000	99 047
69																														100 000	97 980
70																														100 000	96 849
71																														100 000	95 642
72																														100 000	94 307
73																														100 000	92 812
74																														100 000	91 094
75																														100 000	89 420
76																														100 000	87 538
77																														100 000	85 500
78																														100 000	83 301
79																														100 000	80 935
80																														100 000	78 398
81																														100 000	75 701
82																														100 000	72 845
83																														100 000	69 832
84																														100 000	66 668
85																														100 000	63 361
86																														100 000	59 923
87																														100 000	56 367
88																														100 000	52 712
89																														100 000	48 979
90																														100 000	45 193
91																														100 000	41 383
92																														100 000	37 579
93																														100 000	33 816
94																														100 000	30 129
95																														100 000	26 555
96																														100 000	23 129
97																														100 000	19 886
98																														100 000	16 857
99																														100 000	14 070
100																														100 000	11 547
101																														100 000	9 302
102																														100 000	7 342
103																														100 000	5 667
104																														100 000	4 268
105																														100 000	3 128
106																														100 000	2 225
107																														100 000	1 531
108																														100 000	1 016
109																														100 000	647
110																														100 000	394
111																														100 000	228
112																														100 000	124
113																														100 000	63
114																														100 000	30
115																														100 000	13
116																														100 000	5
117																														100 000	2
118																														100 000	1
119																														100 000	0
120																														100 000	0

³³ Pour les générations antérieures à 1930, les Lx entre 0 et 66 ans ne sont pas renseignés.

Génération	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959																									
Age	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx																																																		
0																																																							
1																																																							
2																																																							
3																																																							
4																																																							
5																																																							
6																																																							
7																																																							
8																																																							
9																																																							
10																																																							
11																																																							
12																																																							
13																																																							
14																																																							
15																																																							
16																																																							
17																																																							
18																																																							
19																																																							
20																																																							
21																																																							
22																																																							
23																																																							
24																																																							
25																																																							
26																																																							
27																																																							
28																																																							
29																																																							
30																																																							
31																																																							
32																																																							
33																																																							
34																																																							
35																																																							
36																																																							
37																															100 000																								
38																														100 000	99 908																								
39																														100 000	99 806																								
40																											100 000	99 891	99 789	99 696																									
41																											100 000	99 882	99 771	99 670	99 575																								
42																										100 000	99 873	99 752	99 643	99 540	99 446																								
43																										100 000	99 862	99 732	99 613	99 503	99 401	99 306																							
44																											100 000	99 851	99 710	99 582	99 463	99 354	99 251	99 152																					
45																											100 000	99 838	99 686	99 547	99 420	99 302	99 192	99 086	99 000																				
46																											100 000	99 825	99 660	99 510	99 373	99 247	99 128	99 014	98 922	98 836																			
47																												100 000	99 811	99 632	99 470	99 322	99 186	99 059	98 937	98 836	98 744	98 660																	
48																												100 000	99 795	99 602	99 426	99 268	99 121	98 984	98 854	98 745	98 644	98 554	98 471																
49																													100 000	99 778	99 569	99 379	99 209	99 052	98 903	98 764	98 647	98 537	98 438	98 350	98 268														
50																														100 000	99 760	99 533	99 328	99 145	98 976	98 818	98 666	98 541	98 423	98 315	98 217	98 131	98 050												
51																														100 000	99 743	99 498	99 275	99 078	98 896	98 725	98 565	98 428	98 302	98 186	98 080	97 984	97 899	97 820											
52																															100 000	99 725	99 463	99 222	99 008	98 812	98 628	98 454	98 311	98 173	98 049	97 935	97 831	97 737	97 654	97 577									
53																															100 000	99 706	99 425	99 168	98 936	98 724	98 526	98 338	98 183	98 038	97 903	97 782	97 670	97 568	97 476	97 396	97 321								
54																															100 000	99 685	99 385	99 109	98 863	98 632	98 418	98 216	98 049	97 892	97 750	97 618	97 499	97 390	97 290	97 201	97 124	97 052							
55																															100 000	99 664	99 341	99 047	98 783	98 538	98 305	98 087	97 908	97 739	97 585	97 446	97 317	97 200	97 094	96 997	96 911	96 838	96 769						
56																															100 000	99 640	99 296	98 979	98 698	98 436	98 189	97 951	97 758	97 577	97 412	97 261	97 125	96 999	96 885	96 782	96 689	96 606	96 537	96 471					
57																																100 000	99 615	99 246	98 909	98 606	98 327	98 063	97 810	97 601	97 405	97 228	97 067	96 919	96 786	96 664	96 553	96 454	96 365	96 286	96 220	96 157			
58																																100 000	99 588	99 193	98 832	98 511	98 210	97 928	97 658	97 437	97 225	97 033	96 860	96 703	96 558	96 429	96 311	96 204	96 110	96 024	95 949	95 887	95 827		
59																																100 000	99 559	99 137	98 750	98 406	98 088	97 784	97 495	97 260	97 036	96 828	96 641	96 472	96 319	96 178	96 054	95 940	95 838	95 748	95 666	95 595	95 536	95 480	
60																																100 000	99 529	99 076	98 663	98 295	97 954	97 633	97 321	97 071	96 832	96 613	96 410	96 228	96 063	95 915	95 779	95 660	95 551	95 453	95 368	95 290	95 223	95 167	95 115

Génération	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959
Age	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx
61						100 000	99 485	99 001	98 559	98 167	97 802	97 457	97 128	96 859	96 605	96 371	96 158	95 960	95 783	95 624	95 481	95 350	95 237	95 133	95 040	94 959	94 886	94 823	94 770	94 721
62					100 000	99 438	98 908	98 437	98 018	97 629	97 261	96 905	96 625	96 351	96 104	95 876	95 669	95 476	95 305	95 152	95 015	94 890	94 782	94 684	94 596	94 520	94 451	94 392	94 343	94 297
63				100 000	99 386	98 808	98 292	97 847	97 432	97 039	96 659	96 357	96 072	95 805	95 565	95 344	95 143	94 957	94 793	94 646	94 515	94 396	94 294	94 201	94 119	94 048	93 984	93 929	93 882	93 839
64			100 000	99 330	98 698	98 136	97 649	97 208	96 789	96 382	96 063	95 755	95 478	95 219	94 986	94 773	94 579	94 400	94 244	94 103	93 979	93 866	93 770	93 683	93 607	93 541	93 481	93 429	93 385	93 345
65		100 000	99 268	98 579	97 965	97 435	96 953	96 508	96 073	95 734	95 409	95 109	94 840	94 590	94 365	94 160	93 975	93 804	93 655	93 521	93 404	93 297	93 208	93 128	93 057	92 996	92 939	92 890	92 849	92 813
66	100 000	99 201	98 448	97 779	97 200	96 676	96 191	95 727	95 368	95 022	94 706	94 416	94 156	93 916	93 700	93 504	93 328	93 165	93 023	92 897	92 787	92 688	92 606	92 532	92 466	92 409	92 355	92 309	92 272	92 242
67	99 127	98 306	97 576	96 946	96 374	95 846	95 340	94 961	94 594	94 258	93 953	93 674	93 424	93 194	92 988	92 802	92 635	92 480	92 346	92 228	92 127	92 038	91 966	91 892	91 830	91 776	91 725	91 684	91 653	91 631
68	98 149	97 354	96 668	96 046	95 471	94 919	94 508	94 120	93 764	93 440	93 147	92 880	92 641	92 423	92 227	92 050	91 892	91 746	91 621	91 513	91 421	91 337	91 268	91 203	91 144	91 094	91 048	91 014	90 992	90 978
69	97 111	96 365	95 688	95 063	94 461	94 016	93 594	93 219	92 876	92 566	92 286	92 032	91 805	91 598	91 413	91 245	91 097	90 961	90 847	90 749	90 665	90 587	90 523	90 461	90 406	90 361	90 323	90 299	90 286	90 279
70	96 034	95 298	94 619	93 964	93 480	93 024	92 616	92 256	91 928	91 633	91 367	91 127	90 912	90 716	90 541	90 384	90 247	90 123	90 020	89 931	89 854	89 781	89 720	89 662	89 613	89 577	89 549	89 535	89 530	89 530
71	94 840	94 102	93 388	92 870	92 373	91 934	91 543	91 201	90 890	90 611	90 361	90 135	89 933	89 749	89 586	89 442	89 318	89 206	89 114	89 033	88 961	88 893	88 836	88 785	88 746	88 722	88 705	88 700	88 701	88 706
72	93 502	92 725	92 170	91 637	91 160	90 741	90 370	90 047	89 755	89 494	89 260	89 049	88 861	88 690	88 542	88 413	88 303	88 203	88 120	88 046	87 979	87 916	87 867	87 827	87 801	87 789	87 782	87 785	87 792	87 801
73	91 963	91 369	90 797	90 287	89 834	89 438	89 090	88 788	88 518	88 274	88 057	87 861	87 689	87 535	87 404	87 290	87 193	87 104	87 029	86 961	86 901	86 847	86 810	86 784	86 771	86 771	86 773	86 782	86 794	86 809
74	90 455	89 841	89 298	88 815	88 389	88 019	87 695	87 416	87 165	86 943	86 744	86 566	86 412	86 277	86 164	86 064	85 979	85 900	85 832	85 773	85 723	85 683	85 661	85 649	85 649	85 659	85 668	85 684	85 702	85 725
75	88 758	88 178	87 666	87 214	86 818	86 476	86 178	85 923	85 694	85 493	85 314	85 157	85 024	84 909	84 812	84 726	84 652	84 582	84 524	84 477	84 442	84 418	84 412	84 414	84 425	84 444	84 460	84 484	84 510	84 543
76	86 915	86 372	85 896	85 477	85 113	84 801	84 531	84 301	84 096	83 918	83 762	83 629	83 517	83 421	83 339	83 266	83 203	83 144	83 099	83 069	83 052	83 046	83 055	83 069	83 090	83 118	83 142	83 176	83 212	83 255
77	84 920	84 418	83 980	83 598	83 268	82 987	82 746	82 543	82 364	82 212	82 082	81 973	81 882	81 803	81 736	81 675	81 625	81 582	81 555	81 544	81 546	81 557	81 580	81 606	81 636	81 674	81 709	81 754	81 800	81 853
78	82 767	82 309	81 912	81 569	81 275	81 026	80 816	80 642	80 493	80 369	80 265	80 180	80 108	80 046	79 994	79 947	79 915	79 892	79 886	79 896	79 916	79 943	79 978	80 016	80 057	80 106	80 153	80 210	80 266	80 328
79	80 451	80 040	79 686	79 384	79 127	78 913	78 736	78 594	78 476	78 381	78 303	78 240	78 187	78 142	78 107	78 079	78 069	78 069	78 085	78 116	78 153	78 194	78 242	78 292	78 346	78 408	78 468	78 536	78 601	78 673
80	77 967	77 605	77 297	77 037	76 819	76 642	76 501	76 394	76 307	76 240	76 187	76 145	76 111	76 086	76 072	76 068	76 083	76 107	76 145	76 195	76 248	76 303	76 365	76 429	76 497	76 572	76 645	76 723	76 799	76 881
81	75 328	75 017	74 752	74 543	74 365	74 223	74 121	74 053	74 005	73 955	73 911	73 911	73 897	73 891	73 899	73 920	73 961	74 010	74 071	74 141	74 210	74 280	74 356	74 434	74 517	74 606	74 692	74 781	74 868	74 961
82	72 535	72 275	72 051	71 902	71 765	71 655	71 595	71 571	71 568	71 523	71 533	71 535	71 541	71 556	71 586	71 632	71 700	71 776	71 860	71 951	72 036	72 121	72 211	72 303	72 401	72 505	72 604	72 706	72 802	72 909
83	69 591	69 382	69 196	69 116	69 020	68 938	68 923	68 947	68 996	68 944	68 992	69 017	69 043	69 078	69 131	69 203	69 299	69 402	69 510	69 622	69 724	69 824	69 928	70 034	70 147	70 266	70 379	70 494	70 604	70 721
84	66 499	66 342	66 191	66 188	66 132	66 076	66 107	66 183	66 291	66 220	66 300	66 357	66 403	66 459	66 535	66 633	66 757	66 888	67 021	67 153	67 283	67 387	67 505	67 623	67 753	67 887	68 015	68 143	68 266	68 395
85	63 268	63 161	63 042	63 123	63 107	63 072	63 152	63 283	63 456	63 553	63 487	63 558	63 624	63 700	63 799	63 924	64 076	64 235	64 393	64 546	64 683	64 811	64 942	65 076	65 219	65 368	65 511	65 653	65 789	65 929
86	59 907	59 850	59 759	59 929	59 952	59 935	60 064	60 254	60 496	60 350	60 531	60 625	60 711	60 806	60 928	61 079	61 259	61 446	61 629	61 802	61 956	62 097	62 241	62 388	62 546	62 711	62 868	63 024	63 173	63 325
87	56 430	56 420	56 354	56 618	56 678	56 675	56 853	57 103	57 418	57 218	57 449	57 565	57 670	57 784	57 928	58 105	58 312	58 526	58 733	58 926	59 096	59 250	59 406	59 566	59 738	59 918	60 090	60 260	60 421	60 585
88	52 853	52 888	52 843	53 203	53 298	53 305	53 532	53 843	54 233	53 969	54 251	54 388	54 511	54 643	54 808	55 010	55 243	55 483	55 713	55 926	56 110	56 276	56 443	56 615	56 801	56 995	57 181	57 365	57 538	57 713
89	49 196	49 273	49 245	49 701	49 829	49 841	50 116	50 487	50 953	50 617	50 951	51 107	51 247	51 396	51 580	51 805	52 063	52 328	52 580	52 810	53 008	53 185	53 361	53 544	53 743	53 950	54 150	54 347	54 532	54 717
90	45 483	45 598	45 582	46 133	46 290	46 304	46 624	47 053	47 595	47 181	47 565	47 739	47 893	48 057	48 259	48 505	48 786	49 074	49 346	49 592	49 802	49 988	50 172	50 365	50 575	50 795	51 007	51 216	51 412	51 606
91	41 740	41 889	41 881	42 522	42 705	42 716	43 078	43 562	44 176	43 681	44 112	44 302	44 469	44 646	44 864	45 128	45 430	45 738	46 027	46 287	46 508	46 701	46 891	47 092	47 312	47 543	47 766	47 986	48 192	48 394
92	37 997	38 174	38 171	38 894	39 099	39 105	39 504	40 037	40 718	40 142	40 616	40 819	40 997	41 185	41 416	41 696	42 015	42 340	42 643	42 915	43 144	43 342	43 537	43 744	43 972	44 212	44 444	44 674	44 888	45 097
93	34 285	34 486	34 484	35 279	35 501	35 499	35 929	36 505	37 246	36 591	37 103	37 316	37 502	37 698	37 939	38 232	38 564	38 902	39 217	39 498	39 732	39 934	40 131	40 342	40 576	40 822	41 062	41 299	41 520	41 734
94	30 639	30 857	30 854	31 708	31 942	31 931	32 385	32 995	33 787	33 058	33 602	33 822	34 013	34 214	34 462	34 764	35 105	35 452	35 775	36 061	36 298	36 501	36 698	36 911	37 148	37 398	37 644	37 886	38 111	38 328
95	27 094	27 323	27 317	28 214	28 455	28 434	28 904	29 539	30 369	29 576	30 144	30 367	30 560	30 764	31 015	31 321	31 667	32 018	32 345	32 632										

Génération	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
Age	Lx																													
0																														
1																														
2																														
3																														
4																														
5																														
6																														
7																														100 000
8																														100 000
9																														100 000
10																														100 000
11																														100 000
12																														100 000
13																														100 000
14																														100 000
15																														100 000
16																														100 000
17																														100 000
18																														100 000
19																														100 000
20																														100 000
21																														100 000
22																														100 000
23																														100 000
24																														100 000
25																														100 000
26																														100 000
27																														100 000
28																														100 000
29																														100 000
30																														100 000
31																														100 000
32																														100 000
33																														100 000
34																														100 000
35																														100 000
36																														100 000
37																														100 000
38																														100 000
39																														100 000
40																														100 000
41																														100 000
42																														100 000
43																														100 000
44																														100 000
45																														100 000
46																														100 000
47																														100 000
48																														100 000
49																														100 000
50																														100 000
51																														100 000
52																														100 000
53																														100 000
54																														100 000
55																														100 000
56																														100 000
57																														100 000
58																														100 000
59																														100 000
60																														100 000

Génération	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	
Age	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx																
61	94 682	94 643	94 609	94 579	94 549	94 533	94 518	94 509	94 506	94 501	94 497	94 493	94 493	94 495	94 500	94 513	94 523	94 529	94 542	94 551	94 570	94 583	94 605	94 626	94 654	94 679	94 704	94 729	94 741	94 763	
62	94 260	94 223	94 193	94 167	94 141	94 130	94 119	94 113	94 113	94 110	94 109	94 107	94 109	94 114	94 121	94 135	94 147	94 155	94 171	94 183	94 205	94 221	94 246	94 269	94 299	94 325	94 351	94 376	94 389	94 413	
63	93 805	93 771	93 745	93 724	93 703	93 697	93 689	93 686	93 689	93 688	93 689	93 690	93 691	93 695	93 702	93 711	93 727	93 741	93 752	93 771	93 787	93 812	93 831	93 851	93 883	93 915	93 941	93 968	93 994	94 035	
64	93 314	93 285	93 285	93 249	93 233	93 231	93 226	93 226	93 226	93 239	93 239	93 242	93 249	93 258	93 269	93 287	93 304	93 318	93 341	93 367	93 389	93 411	93 441	93 466	93 499	93 525	93 553	93 581	93 597	93 627	
65	92 787	92 765	92 751	92 740	92 728	92 729	92 727	92 730	92 739	92 745	92 753	92 758	92 767	92 778	92 792	92 813	92 833	92 852	92 879	92 903	92 934	92 958	92 989	93 014	93 048	93 075	93 105	93 136	93 155	93 188	
66	92 223	92 208	92 199	92 193	92 184	92 188	92 189	92 196	92 209	92 218	92 229	92 236	92 247	92 261	92 278	92 303	92 327	92 351	92 382	92 409	92 443	92 468	92 499	92 525	92 560	92 589	92 622	92 657	92 679	92 715	
67	91 619	91 611	91 607	91 604	91 598	91 605	91 610	91 621	91 638	91 650	91 664	91 673	91 687	91 704	91 725	91 755	91 784	91 813	91 847	91 877	91 912	91 937	91 969	91 996	92 033	92 066	92 103	92 141	92 167	92 205	
68	90 973	90 970	90 970	90 970	90 967	90 978	90 988	91 003	91 024	91 038	91 055	91 066	91 084	91 105	91 132	91 167	91 201	91 234	91 271	91 302	91 337	91 362	91 395	91 425	91 466	91 503	91 545	91 586	91 614	91 653	
69	90 280	90 281	90 284	90 287	90 289	90 305	90 320	90 339	90 362	90 379	90 398	90 413	90 436	90 463	90 496	90 537	90 575	90 610	90 648	90 679	90 714	90 744	90 774	90 811	90 857	90 899	90 944	90 987	91 016	91 057	
70	89 535	89 539	89 545	89 553	89 561	89 582	89 602	89 624	89 649	89 669	89 691	89 711	89 741	89 775	89 814	89 860	89 901	89 937	89 974	90 005	90 041	90 072	90 113	90 152	90 203	90 249	90 296	90 340	90 371	90 415	
71	88 715	88 723	88 735	88 749	88 763	88 789	88 813	88 837	88 866	88 890	88 917	88 944	88 982	89 023	89 067	89 116	89 158	89 194	89 231	89 264	89 304	89 340	89 387	89 431	89 486	89 534	89 583	89 629	89 664	89 713	
72	87 815	87 829	87 848	87 869	87 888	87 918	87 946	87 973	88 007	88 037	88 072	88 108	88 153	88 200	88 247	88 298	88 340	88 376	88 415	88 452	88 498	88 540	88 593	88 641	88 699	88 749	88 801	88 851	88 891	88 944	
73	86 830	86 852	86 878	86 905	86 929	86 963	86 995	87 027	87 068	87 107	87 151	87 195	87 246	87 297	87 346	87 398	87 440	87 478	87 522	87 565	87 618	87 667	87 724	87 775	87 836	87 899	87 945	88 001	88 045	88 102	
74	85 754	85 784	85 817	85 849	85 878	85 917	85 955	85 995	86 045	86 094	86 147	86 198	86 253	86 306	86 356	86 409	86 454	86 497	86 548	86 598	86 658	86 712	86 773	86 827	86 891	86 949	87 011	87 072	87 119	87 177	
75	84 580	84 618	84 657	84 695	84 729	84 775	84 822	84 872	84 932	84 991	85 051	85 107	85 165	85 219	85 271	85 327	85 377	85 428	85 486	85 544	85 610	85 668	85 732	85 790	85 859	85 923	85 991	86 055	86 104	86 161	
76	83 300	83 345	83 390	83 435	83 477	83 532	83 592	83 652	83 722	83 789	83 854	83 914	83 973	84 029	84 085	84 147	84 205	84 264	84 330	84 395	84 465	84 527	84 596	84 659	84 735	84 804	84 876	84 942	84 991	85 047	
77	81 905	81 958	82 010	82 064	82 116	82 183	82 253	82 326	82 405	82 478	82 547	82 619	82 671	82 731	82 793	82 864	82 931	82 998	83 071	83 142	83 215	83 283	83 358	83 428	83 510	83 583	83 657	83 723	83 772	83 830	
78	80 388	80 449	80 511	80 577	80 641	80 722	80 803	80 886	80 972	81 049	81 121	81 186	81 253	81 320	81 391	81 471	81 547	81 622	81 701	81 777	81 857	81 931	82 013	82 089	82 175	82 251	82 325	82 391	82 443	82 506	
79	78 742	78 814	78 888	78 968	79 046	79 140	79 231	79 322	79 413	79 493	79 569	79 639	79 714	79 790	79 871	79 961	80 046	80 127	80 212	80 295	80 382	80 463	80 552	80 633	80 721	80 798	80 872	80 941	80 999	81 071	
80	76 962	77 048	77 137	77 231	77 323	77 428	77 527	77 624	77 719	77 804	77 885	77 963	78 048	78 135	78 227	78 326	78 418	78 506	78 598	78 695	78 783	78 871	78 965	79 049	79 138	79 216	79 294	79 369	79 436	79 519	
81	75 054	75 154	75 258	75 368	75 474	75 591	75 698	75 801	75 900	75 989	76 076	76 162	76 258	76 357	76 460	76 568	76 668	76 763	76 862	76 960	77 062	77 158	77 257	77 344	77 434	77 513	77 595	77 676	77 753	77 847	
82	73 014	73 128	73 247	73 373	73 494	73 623	73 739	73 848	73 951	74 044	74 137	74 231	74 339	74 450	74 565	74 683	74 791	74 892	74 998	75 104	75 214	75 317	75 422	75 512	75 604	75 684	75 769	75 856	75 944	76 049	
83	70 838	70 966	71 101	71 243	71 379	71 521	71 646	71 761	71 868	71 964	72 063	72 166	72 282	72 410	72 538	72 666	72 782	72 889	72 993	73 001	73 115	73 233	73 344	73 455	73 549	73 642	73 723	73 811	73 905	74 003	74 120
84	68 524	68 666	68 816	68 975	69 127	69 281	69 416	69 537	69 647	69 746	69 850	69 963	70 096	70 233	70 374	70 513	70 637	70 750	70 867	70 989	71 115	71 235	71 352	71 450	71 544	71 626	71 717	71 817	71 926	72 055	
85	66 071	66 226	66 391	66 567	66 735	66 902	67 047	67 173	67 286	67 388	67 497	67 620	67 766	67 917	68 072	68 221	68 353	68 471	68 594	68 723	68 857	68 986	69 109	69 211	69 306	69 389	69 483	69 589	69 709	69 851	
86	63 479	63 646	63 827	64 019	64 203	64 383	64 538	64 669	64 784	64 888	65 002	65 135	65 294	65 460	65 629	65 789	65 928	66 051	66 179	66 315	66 457	66 595	66 724	66 830	66 926	67 010	67 106	67 219	67 350	67 504	
87	60 750	60 929	61 125	61 333	61 533	61 726	61 890	62 026	62 143	62 248	62 367	62 509	62 682	62 863	63 046	63 216	63 362	63 489	63 622	63 764	63 914	64 061	64 196	64 306	64 403	64 487	64 586	64 705	64 847	65 013	
88	57 889	58 079	58 289	58 512	58 728	58 933	59 106	59 247	59 365	59 471	59 594	59 745	59 931	60 128	60 324	60 504	60 656	60 787	60 924	61 072	61 230	61 385	61 526	61 640	61 738	61 822	61 923	62 048	62 200	62 379	
89	54 902	55 103	55 325	55 563	55 793	56 010	56 192	56 337	56 455	56 561	56 688	56 848	57 047	57 259	57 468	57 657	57 815	57 949	58 089	58 242	58 407	58 570	58 717	58 835	58 933	59 017	59 120	59 250	59 412	59 604	
90	51 800	52 010	52 243	52 494	52 738	52 966	53 155	53 304	53 421	53 527	53 656	53 825	54 036	54 263	54 484	54 682	54 845	54 981	55 123	55 280	55 452	55 622	55 775	55 896	55 994	56 078	56 182	56 317	56 488	56 692	
91	48 595	48 812	49 055	49 318	49 574	49 812	50 007	50 158	50 274	50 379	50 510	50 686	50 909	51 149	51 382	51 588	51 754	51 891	52 034	52 195	52 373	52 549	52 707	52 831	52 929	53 012	53 117	53 256	53 436	53 650	
92	45 303	45 526	45 776	46 049	46 315	46 562	46 762	46 914	47 028	47 131	47 263	47 445	47 679	47 931	48 174	48 387	48 555	48 692	48 835	48 998	49 181	49 363	49 525	49 651	49 749	49 831	49 936	50 078	50 266	50 489	
93	41 943	42 170	42 426	42 706	42 980	43 233	43 437	43 589	43 700	43 800	43 932	44 119	44 362	44 625	44 877	45 095	45 264	45 400	45 541	45 705	45 892	46 078	46 244	46 371	46 468	46 549	46 653	46 798	46 982	47 223	
94	38 538	38 767	39 026	39 311	39 590	39 847	40 053	40 204	40 311	40 407	40 539	40 729	40 979	41 251	41 509	41 731	41 899	42 033	42 171	42 335	42 524	42 713	42 881	43 009	43 105	43 183	43 286	43 433	43 622	43 869	
95	35 115	35 343	35 602	35 889	36 170	36 429	36 633	36 784	36 886	36 977	37 107	37 299	37 554	37 832	38 094	38 317</															

Génération	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Age	Lx																		
0							100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
1						100 000	99 763	99 746	99 754	99 776	99 763	99 769	99 742	99 797	99 791	99 792	99 790	99 779	99 749
2					100 000	99 925	99 682	99 668	99 684	99 705	99 693	99 691	99 681	99 734	99 728	99 728	99 721	99 700	99 663
3				100 000	99 976	99 899	99 657	99 646	99 662	99 684	99 669	99 673	99 662	99 715	99 708	99 706	99 696	99 673	99 638
4			100 000	99 978	99 952	99 877	99 637	99 626	99 643	99 662	99 652	99 656	99 645	99 697	99 689	99 684	99 673	99 651	99 620
5		100 000	99 980	99 957	99 932	99 859	99 619	99 608	99 623	99 647	99 636	99 640	99 629	99 680	99 670	99 664	99 654	99 634	99 605
6	100 000	99 981	99 961	99 939	99 916	99 843	99 609	99 603	99 609	99 633	99 622	99 625	99 614	99 663	99 652	99 647	99 639	99 621	99 593
7	99 983	99 964	99 944	99 924	99 901	99 828	99 587	99 577	99 596	99 620	99 609	99 611	99 599	99 648	99 637	99 634	99 627	99 610	99 582
8	99 967	99 949	99 930	99 910	99 887	99 813	99 576	99 565	99 584	99 608	99 597	99 598	99 586	99 635	99 625	99 623	99 617	99 600	99 572
9	99 953	99 937	99 918	99 898	99 873	99 802	99 565	99 554	99 573	99 597	99 586	99 586	99 575	99 624	99 615	99 613	99 608	99 591	99 563
10	99 942	99 926	99 907	99 886	99 863	99 792	99 555	99 544	99 563	99 587	99 576	99 576	99 566	99 615	99 606	99 604	99 600	99 583	99 555
11	99 930	99 914	99 893	99 875	99 852	99 781	99 544	99 533	99 552	99 576	99 565	99 566	99 556	99 605	99 597	99 595	99 591	99 574	99 546
12	99 916	99 899	99 881	99 863	99 840	99 769	99 532	99 521	99 540	99 564	99 554	99 555	99 545	99 595	99 587	99 585	99 581	99 564	99 536
13	99 900	99 886	99 868	99 850	99 827	99 756	99 519	99 508	99 527	99 552	99 542	99 543	99 534	99 584	99 576	99 574	99 570	99 553	99 525
14	99 886	99 871	99 853	99 836	99 813	99 741	99 504	99 494	99 513	99 539	99 529	99 531	99 522	99 572	99 564	99 562	99 558	99 541	99 513
15	99 870	99 855	99 837	99 820	99 797	99 725	99 488	99 479	99 499	99 525	99 515	99 518	99 509	99 559	99 551	99 549	99 545	99 528	99 500
16	99 852	99 837	99 819	99 802	99 779	99 708	99 472	99 463	99 484	99 510	99 500	99 503	99 495	99 545	99 537	99 535	99 531	99 514	99 486
17	99 833	99 818	99 800	99 783	99 760	99 690	99 455	99 446	99 468	99 494	99 484	99 487	99 479	99 530	99 522	99 520	99 516	99 499	99 471
18	99 812	99 797	99 779	99 762	99 740	99 671	99 437	99 428	99 450	99 477	99 467	99 470	99 462	99 513	99 505	99 503	99 499	99 483	99 455
19	99 789	99 774	99 756	99 740	99 719	99 651	99 417	99 409	99 431	99 458	99 448	99 452	99 444	99 495	99 487	99 485	99 481	99 466	99 438
20	99 764	99 749	99 732	99 717	99 697	99 629	99 398	99 388	99 410	99 438	99 428	99 432	99 424	99 475	99 467	99 466	99 462	99 448	99 420
21	99 737	99 723	99 708	99 694	99 674	99 607	99 374	99 366	99 388	99 416	99 407	99 411	99 403	99 454	99 447	99 446	99 442	99 429	99 401
22	99 710	99 697	99 683	99 670	99 650	99 584	99 350	99 342	99 364	99 393	99 385	99 389	99 381	99 433	99 426	99 425	99 421	99 409	99 382
23	99 683	99 671	99 658	99 645	99 625	99 559	99 323	99 316	99 340	99 370	99 362	99 366	99 359	99 411	99 403	99 401	99 399	99 389	99 363
24	99 656	99 645	99 632	99 619	99 598	99 530	99 295	99 290	99 316	99 346	99 338	99 343	99 335	99 386	99 377	99 377	99 377	99 368	99 343
25	99 628	99 618	99 605	99 590	99 566	99 499	99 268	99 264	99 291	99 321	99 313	99 318	99 308	99 357	99 351	99 354	99 355	99 347	99 322
26	99 599	99 589	99 574	99 555	99 532	99 470	99 241	99 238	99 265	99 295	99 286	99 288	99 276	99 329	99 327	99 331	99 333	99 325	99 299
27	99 569	99 555	99 535	99 518	99 501	99 442	99 213	99 211	99 238	99 267	99 254	99 252	99 245	99 303	99 303	99 307	99 310	99 301	99 273
28	99 533	99 512	99 495	99 485	99 471	99 413	99 184	99 182	99 208	99 232	99 214	99 218	99 217	99 277	99 278	99 282	99 285	99 273	99 237
29	99 486	99 468	99 460	99 454	99 440	99 383	99 154	99 150	99 170	99 188	99 177	99 189	99 190	99 251	99 252	99 255	99 254	99 234	99 197
30	99 438	99 430	99 427	99 422	99 408	99 351	99 120	99 108	99 121	99 148	99 146	99 160	99 162	99 223	99 224	99 222	99 211	99 189	99 163
31	99 397	99 393	99 391	99 387	99 373	99 314	99 075	99 056	99 078	99 113	99 114	99 129	99 131	99 191	99 188	99 175	99 163	99 152	99 132
32	99 356	99 353	99 352	99 348	99 332	99 265	99 019	99 009	99 039	99 077	99 079	99 094	99 095	99 151	99 138	99 124	99 122	99 117	99 099
33	99 312	99 310	99 309	99 302	99 278	99 205	98 968	98 966	98 999	99 038	99 040	99 054	99 051	99 097	99 083	99 079	99 083	99 080	99 063
34	99 264	99 262	99 259	99 244	99 214	99 149	98 920	98 921	98 955	98 998	98 996	99 005	98 993	99 038	99 033	99 035	99 041	99 039	99 022
35	99 210	99 206	99 196	99 176	99 153	99 096	98 870	98 872	98 906	98 945	98 942	98 942	98 929	98 983	98 984	98 988	98 995	98 993	98 975
36	99 148	99 138	99 123	99 110	99 094	99 040	98 815	98 818	98 851	98 885	98 874	98 873	98 869	98 928	98 932	98 936	98 943	98 940	98 916
37	99 074	99 060	99 051	99 045	99 032	98 979	98 754	98 756	98 785	98 812	98 800	98 807	98 808	98 869	98 874	98 878	98 883	98 875	98 845
38	98 990	98 981	98 979	98 975	98 963	98 911	98 685	98 683	98 706	98 733	98 727	98 739	98 742	98 804	98 809	98 811	98 811	98 798	98 772
39	98 905	98 901	98 901	98 898	98 886	98 834	98 605	98 598	98 621	98 653	98 651	98 665	98 669	98 731	98 734	98 732	98 729	98 718	98 697
40	98 816	98 814	98 815	98 812	98 799	98 745	98 514	98 507	98 533	98 568	98 568	98 582	98 586	98 647	98 648	98 644	98 642	98 635	98 616
41	98 722	98 721	98 722	98 719	98 704	98 647	98 416	98 412	98 441	98 478	98 479	98 493	98 496	98 554	98 553	98 551	98 552	98 548	98 530
42	98 622	98 621	98 621	98 616	98 599	98 542	98 314	98 313	98 344	98 382	98 383	98 396	98 397	98 453	98 453	98 455	98 458	98 455	98 437
43	98 514	98 513	98 511	98 503	98 486	98 432	98 208	98 208	98 240	98 278	98 279	98 290	98 289	98 346	98 349	98 354	98 358	98 355	98 336
44	98 397	98 394	98 390	98 382	98 368	98 317	98 095	98 096	98 128	98 166	98 165	98 174	98 175	98 235	98 240	98 246	98 250	98 246	98 226
45	98 270	98 265	98 261	98 256	98 244	98 195	97 974	97 976	98 007	98 043	98 041	98 052	98 055	98 117	98 123	98 129	98 133	98 128	98 106
46	98 132	98 127	98 125	98 123	98 112	98 065	97 844	97 846	97 876	97 911	97 910	97 924	97 928	97 991	97 997	98 003	98 006	98 000	97 978
47	97 984	97 981	97 982	97 981	97 971	97 925	97 704	97 705	97 735	97 771	97 772	97 787	97 792	97 856	97 861	97 867	97 869	97 863	97 843
48	97 828	97 826	97 829	97 829	97 820	97 774	97 553	97 554	97 585	97 623	97 625	97 641	97 646	97 710	97 715	97 720	97 722	97 718	97 700
49	97 662	97 661	97 665	97 666	97 658	97 612	97 391	97 393	97 426	97 465	97 467	97 484	97 489	97 553	97 558	97 563	97 567	97 564	97 548
50	97 484	97 484	97 489	97 491	97 484	97 439	97 219	97 222	97 256	97 295	97 298	97 315	97 320	97 385	97 391	97 397	97 402	97 400	97 385
51	97 297	97 298	97 304	97 307	97 301	97 257	97 038	97 042	97 076	97 116	97 119	97 137	97 142	97 208	97 215	97 222	97 228	97 227	97 213
52	97 100	97 102	97 109	97 113	97 108	97 065	96 847	96 852	96 886	96 927	96 930	96 949	96 955	97 022	97 030	97 039	97 045	97 045	97 032
53	96 893	96 896	96 904	96 909	96 905	96 863	96 646	96 651	96 686	96 727	96 731	96 751	96 759	96 827	96 836	96 846	96 853	96 853	96 841
54	96 675	96 679	96 688	96 694	96 691	96 650	96 434	96 439	96 475	96 517	96 522	96 544	96 553						

Génération	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Age	Lx																		
61	94 777	94 788	94 805	94 821	94 828	94 797	94 596	94 613	94 657	94 709	94 725	94 754	94 769	94 842	94 858	94 873	94 885	94 891	94 890
62	94 428	94 442	94 461	94 480	94 489	94 460	94 261	94 280	94 325	94 379	94 396	94 425	94 440	94 513	94 530	94 547	94 561	94 570	94 571
63	94 052	94 069	94 091	94 112	94 122	94 095	93 899	93 920	93 966	94 021	94 039	94 068	94 083	94 157	94 175	94 195	94 212	94 224	94 227
64	93 647	93 667	93 691	93 714	93 725	93 701	93 508	93 531	93 578	93 633	93 651	93 680	93 696	93 772	93 793	93 816	93 836	93 850	93 854
65	93 211	93 233	93 259	93 283	93 297	93 275	93 086	93 110	93 158	93 212	93 230	93 260	93 278	93 357	93 381	93 408	93 430	93 445	93 450
66	92 740	92 764	92 792	92 818	92 835	92 816	92 629	92 654	92 702	92 755	92 774	92 806	92 827	92 910	92 938	92 967	92 991	93 006	93 012
67	92 231	92 257	92 288	92 317	92 337	92 320	92 135	92 159	92 206	92 260	92 281	92 317	92 342	92 429	92 460	92 491	92 515	92 530	92 536
68	91 681	91 710	91 745	91 777	91 799	91 783	91 599	91 622	91 669	91 725	91 750	91 791	91 821	91 911	91 943	91 975	91 998	92 013	92 020
69	91 089	91 121	91 160	91 194	91 217	91 200	91 017	91 040	91 089	91 150	91 180	91 226	91 260	91 351	91 383	91 415	91 437	91 453	91 462
70	90 452	90 488	90 529	90 564	90 586	90 568	90 386	90 410	90 466	90 533	90 568	90 618	90 654	90 744	90 775	90 807	90 830	90 848	90 860
71	89 754	89 793	89 834	89 868	89 889	89 872	89 694	89 726	89 786	89 859	89 898	89 950	89 986	90 075	90 106	90 139	90 164	90 184	90 199
72	88 988	89 028	89 068	89 101	89 122	89 109	88 939	88 978	89 044	89 121	89 162	89 215	89 250	89 338	89 371	89 406	89 434	89 456	89 473
73	88 147	88 186	88 225	88 258	88 283	88 277	88 116	88 162	88 233	88 312	88 353	88 406	88 441	88 529	88 565	88 603	88 633	88 658	88 677
74	87 222	87 260	87 300	87 337	87 369	87 371	87 219	87 271	87 344	87 423	87 464	87 517	87 553	87 644	87 683	87 723	87 756	87 783	87 804
75	86 206	86 245	86 289	86 334	86 374	86 384	86 240	86 295	86 369	86 447	86 489	86 543	86 582	86 676	86 718	86 760	86 796	86 825	86 849
76	85 094	85 138	85 189	85 243	85 292	85 308	85 170	85 226	85 300	85 378	85 422	85 479	85 521	85 618	85 662	85 707	85 746	85 778	85 806
77	83 882	83 935	83 995	84 058	84 113	84 133	84 000	84 056	84 130	84 210	84 257	84 317	84 363	84 462	84 509	84 557	84 599	84 636	84 670
78	82 567	82 630	82 699	82 769	82 828	82 850	82 721	82 778	82 854	82 936	82 987	83 050	83 100	83 201	83 252	83 303	83 350	83 394	83 434
79	81 142	81 215	81 291	81 366	81 427	81 451	81 326	81 385	81 464	81 550	81 604	81 671	81 725	81 829	81 884	81 940	81 993	82 044	82 090
80	79 600	79 681	79 762	79 839	79 902	79 928	79 809	79 871	79 954	80 043	80 101	80 172	80 230	80 338	80 399	80 461	80 521	80 578	80 628
81	77 938	78 028	78 114	78 194	78 258	78 286	78 173	78 238	78 325	78 418	78 480	78 556	78 618	78 729	78 796	78 865	78 932	78 995	79 049
82	76 151	76 250	76 341	76 424	76 489	76 518	76 411	76 480	76 571	76 666	76 736	76 816	76 882	76 997	77 069	77 145	77 219	77 289	77 347
83	74 234	74 342	74 438	74 524	74 589	74 619	74 518	74 591	74 686	74 788	74 862	74 947	75 017	75 135	75 212	75 295	75 377	75 454	75 516
84	72 181	72 299	72 401	72 489	72 554	72 585	72 489	72 566	72 666	72 773	72 853	72 944	73 018	73 138	73 220	73 310	73 400	73 484	73 551
85	69 989	70 117	70 225	70 315	70 379	70 410	70 320	70 401	70 506	70 619	70 705	70 802	70 880	71 002	71 088	71 185	71 283	71 374	71 447
86	67 655	67 792	67 906	67 998	68 061	68 092	68 008	68 092	68 202	68 322	68 415	68 518	68 600	68 723	68 813	68 916	69 022	69 121	69 200
87	65 177	65 324	65 444	65 537	65 599	65 629	65 550	65 637	65 753	65 880	65 980	66 089	66 175	66 299	66 392	66 501	66 615	66 722	66 807
88	62 555	62 712	62 838	62 932	62 992	63 020	62 947	63 037	63 158	63 292	63 400	63 515	63 605	63 729	63 824	63 939	64 061	64 176	64 266
89	59 791	59 958	60 089	60 184	60 241	60 267	60 200	60 292	60 419	60 560	60 676	60 797	60 890	61 014	61 111	61 230	61 360	61 483	61 578
90	56 890	57 066	57 202	57 297	57 351	57 375	57 313	57 407	57 539	57 687	57 812	57 938	58 034	58 157	58 255	58 378	58 515	58 646	58 746
91	53 859	54 043	54 184	54 278	54 328	54 349	54 292	54 388	54 525	54 680	54 813	54 945	55 043	55 164	55 262	55 389	55 532	55 670	55 775
92	50 708	50 899	51 044	51 137	51 182	51 200	51 147	51 245	51 386	51 548	51 689	51 826	51 925	52 043	52 141	52 270	52 419	52 564	52 673
93	47 450	47 647	47 795	47 886	47 926	47 940	47 892	47 991	48 135	48 303	48 451	48 593	48 693	48 807	48 904	49 034	49 188	49 339	49 452
94	44 102	44 303	44 453	44 542	44 577	44 586	44 542	44 642	44 789	44 961	45 116	45 261	45 362	45 471	45 566	45 697	45 854	46 010	46 126
95	40 685	40 889	41 039	41 125	41 155	41 159	41 119	41 218	41 367	41 543	41 703	41 851	41 951	42 055	42 147	42 277	42 437	42 596	42 714
96	37 223	37 428	37 577	37 659	37 684	37 683	37 647	37 744	37 894	38 072	38 236	38 386	38 484	38 582	38 670	38 798	38 959	39 120	39 239
97	33 745	33 949	34 095	34 172	34 192	34 187	34 154	34 249	34 398	34 577	34 743	34 893	34 989	35 080	35 163	35 288	35 448	35 609	35 728
98	30 282	30 483	30 625	30 697	30 711	30 702	30 672	30 764	30 911	31 089	31 255	31 403	31 496	31 580	31 657	31 778	31 935	32 094	32 212
99	26 870	27 065	27 201	27 267	27 276	27 263	27 236	27 324	27 468	27 642	27 807	27 951	28 040	28 116	28 187	28 303	28 455	28 610	28 725
100	23 545	23 732	23 860	23 920	23 924	23 908	23 884	23 967	24 106	24 274	24 435	24 574	24 658	24 726	24 790	24 900	25 045	25 194	25 305
101	20 346	20 522	20 641	20 695	20 694	20 676	20 655	20 732	20 864	21 024	21 179	21 311	21 389	21 448	21 506	21 608	21 745	21 886	21 991
102	17 311	17 473	17 582	17 629	17 625	17 605	17 587	17 657	17 780	17 930	18 077	18 200	18 271	18 322	18 373	18 467	18 594	18 725	18 823
103	14 475	14 622	14 720	14 760	14 753	14 732	14 717	14 780	14 892	15 031	15 167	15 280	15 343	15 387	15 431	15 515	15 631	15 751	15 840
104	11 871	12 002	12 088	12 121	12 112	12 091	12 078	12 134	12 234	12 360	12 483	12 585	12 640	12 677	12 714	12 788	12 892	12 999	13 079
105	9 526	9 640	9 714	9 740	9 730	9 710	9 699	9 747	9 835	9 946	10 055	10 145	10 192	10 222	10 253	10 317	10 408	10 501	10 571
106	7 460	7 556	7 618	7 638	7 628	7 609	7 600	7 641	7 716	7 811	7 905	7 983	8 022	8 046	8 071	8 125	8 202	8 282	8 341
107	5 684	5 762	5 812	5 827	5 817	5 800	5 793	5 827	5 889	5 969	6 047	6 112	6 144	6 163	6 182	6 227	6 290	6 357	6 405
108	4 198	4 259	4 299	4 309	4 300	4 285	4 280	4 307	4 357	4 422	4 485	4 537	4 563	4 577	4 592	4 627	4 678	4 731	4 770
109	2 993	3 039	3 069	3 076	3 068	3 056	3 052	3 073	3 112	3 162	3 212	3 252	3 272	3 282	3 293	3 320	3 359	3 400	3 430
110	2 050	2 083	2 105	2 109	2 102	2 093	2 090	2 106	2 135	2 172	2 210	2 239	2 254	2 261	2 269	2 289	2 318	2 348	2 370
111	1 340	1 363	1 378	1 381	1 375	1 368	1 367	1 378	1 398	1 425	1 452	1 472	1 483	1 488	1 493	1 507	1 528	1 549	1 564
112	831	846	855	857	853	848	847	855	868	886	904	918	925	928	932	941	955	969	979
113	484	493	499	500	497	494	493	498	507	518	529	538	542	544	547	552	561	570	576
114	262	267	271	271	269	267	267	270	275	281	288	293	295	297	298	301	307	312	315
115	130	133	135	135	133	132	132	134	137	140	144	146	147	148	149	151	154	156	158
116	58	60	60	60	59	59	59	60	61	63	65	66	66	67	67	68	70	70	71
117	23	24	2																

Génération	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959														
Age	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx																																		
0																																												
1																																												
2																																												
3																																												
4																																												
5																																												
6																																												
7																																												
8																																												
9																																												
10																																												
11																																												
12																																												
13																																												
14																																												
15																																												
16																																												
17																																												
18																																												
19																																												
20																																												
21																																												
22																																												
23																																												
24																																												
25																																												
26																																												
27																																												
28																																												
29																																												
30																																												
31																																												
32																																												
33																																												
34																																												
35																																												
36																																												
37																															100 000													
38																														100 000	99 908													
39																												100 000	99 900	99 806														
40																										100 000	99 891	99 789	99 696															
41																										100 000	99 882	99 771	99 670	99 575														
42																									100 000	99 872	99 752	99 642	99 540	99 446														
43																								100 000	99 850	99 731	99 613	99 502	99 401	99 306														
44																							100 000	99 829	99 709	99 580	99 462	99 352	99 250	99 151														
45																						100 000	99 838	99 685	99 546	99 417	99 301	99 190	99 084	98 998														
46																					100 000	99 824	99 659	99 508	99 371	99 243	99 126	99 012	98 919	98 833														
47																					100 000	99 810	99 630	99 468	99 320	99 184	99 055	98 934	98 834	98 741	98 656													
48																					100 000	99 794	99 600	99 423	99 265	99 118	98 981	98 849	98 742	98 641	98 550	98 466												
49																					100 000	99 777	99 567	99 376	99 205	99 048	98 899	98 760	98 641	98 533	98 434	98 345	98 262											
50																					100 000	99 759	99 531	99 325	99 141	98 971	98 813	98 661	98 536	98 416	98 310	98 212	98 125	98 044										
51																					100 000	99 742	99 496	99 272	99 074	98 891	98 719	98 559	98 422	98 295	98 178	98 074	97 977	97 892	97 813									
52																					100 000	99 723	99 460	99 218	99 003	98 806	98 622	98 447	98 304	98 165	98 041	97 926	97 824	97 729	97 646	97 569								
53																					100 000	99 704	99 421	99 163	98 931	98 717	98 518	98 331	98 175	98 030	97 894	97 772	97 659	97 560	97 467	97 382	97 312							
54																					100 000	99 683	99 381	99 103	98 856	98 625	98 409	98 207	98 041	97 883	97 741	97 607	97 488	97 377	97 281	97 190	97 112	97 041						
55																					100 000	99 661	99 337	99 041	98 775	98 529	98 296	98 076	97 897	97 729	97 574	97 435	97 304	97 188	97 080	96 987	96 899	96 824	96 756					
56																					100 000	99 637	99 291	98 973	98 690	98 426	98 177	97 940	97 746	97 564	97 400	97 248	97 112	96 984	96 871	96 767	96 677	96 593	96 521	96 456				
57																					100 000	99 612	99 240	98 901	98 598	98 317	98 050	97 796	97 588	97 391	97 213	97 052	96 904	96 771	96 647	96 537	96 437	96 351	96 271	96 202	96 140			
58																					100 000	99 585	99 187	98 823	98 500	98 199	97 915	97 642	97 420	97 209	97 016	96 843	96 685	96 541	96 412	96 292	96 186	96 090	96 008	95 932	95 867	95 808		
59																					100 000	99 556	99 130	98 741	98 394	98 074	97 770	97 479	97 241	97 016	96 810	96 621	96 452	96 298	96 159	96 034	95 919	95 818	95 726	95 648	95 576	95 514	95 459	
60																					100 000	99 525	99 069	98 653	98 283	97 939	97 615	97 304	97 052	96 810	96 590	96 389	96 205	96 040	95 891	95 757	95 637	95 527	95 431	95 343	95 269	95 201	95 143	95 092

Génération	1930	1931	1932	1933	1934	1935	1936	1937	1938	1939	1940	1941	1942	1943	1944	1945	1946	1947	1948	1949	1950	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	
Age	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx	Lx		
61						100 000	99 481	98 993	98 548	98 153	97 786	97 439	97 106	96 839	96 583	96 346	96 132	95 936	95 757	95 598	95 454	95 326	95 211	95 106	95 015	94 932	94 862	94 798	94 744	94 696	
62					100 000	99 433	98 900	98 424	98 003	97 611	97 241	96 883	96 599	96 328	96 078	95 847	95 639	95 449	95 276	95 123	94 985	94 863	94 754	94 654	94 568	94 490	94 425	94 365	94 314	94 269	
63				100 000	99 381	98 798	98 279	97 829	97 412	97 017	96 635	96 332	96 042	95 778	95 538	95 311	95 110	94 926	94 760	94 614	94 482	94 366	94 263	94 168	94 088	94 015	93 955	93 899	93 851	93 809	
64			100 000	99 324	98 687	98 120	97 630	97 185	96 764	96 365	96 035	95 726	95 444	95 188	94 952	94 736	94 542	94 366	94 207	94 068	93 942	93 832	93 736	93 647	93 573	93 505	93 449	93 397	93 351	93 312	
65		100 000	99 261	98 566	97 947	97 413	96 928	96 479	96 042	95 702	95 376	95 075	94 802	94 553	94 327	94 119	93 933	93 766	93 614	93 482	93 363	93 260	93 171	93 088	93 020	92 957	92 904	92 855	92 812	92 777	
66	100 000	99 193	98 434	97 759	97 176	96 648	96 160	95 692	95 332	94 985	94 668	94 377	94 113	93 874	93 657	93 459	93 281	93 123	92 978	92 854	92 742	92 647	92 565	92 489	92 426	92 367	92 317	92 271	92 232	92 203	
67	99 118	98 289	97 554	96 919	96 343	95 811	95 302	94 921	94 552	94 215	93 909	93 629	93 376	93 143	92 940	92 752	92 583	92 433	92 296	92 181	92 078	91 991	91 916	91 845	91 786	91 731	91 684	91 642	91 610	91 588	
68	98 131	97 329	96 638	96 011	95 432	94 877	94 464	94 073	93 716	93 391	93 097	92 829	92 588	92 370	92 174	91 995	91 835	91 694	91 566	91 461	91 367	91 288	91 219	91 153	91 097	91 045	91 003	90 968	90 945	90 931	
69	97 084	96 331	95 649	95 020	94 414	93 967	93 543	93 165	92 821	92 510	92 229	91 975	91 746	91 540	91 354	91 185	91 034	90 904	90 787	90 692	90 606	90 534	90 470	90 407	90 355	90 308	90 274	90 248	90 230	90 228	
70	95 997	95 255	94 571	93 912	93 426	92 967	92 557	92 194	91 865	91 570	91 303	91 063	90 847	90 652	90 477	90 318	90 179	90 060	89 955	89 869	89 791	89 724	89 663	89 604	89 558	89 519	89 496	89 480	89 475	89 475	
71	94 792	94 049	93 330	92 810	92 310	91 869	91 476	91 131	90 819	90 541	90 290	90 064	89 861	89 678	89 515	89 369	89 244	89 137	89 043	88 965	88 894	88 831	88 775	88 722	88 686	88 658	88 647	88 640	88 643	88 648	
72	93 443	92 661	92 102	91 566	91 087	90 666	90 294	89 969	89 676	89 416	89 181	88 970	88 781	88 612	88 464	88 333	88 222	88 127	88 043	87 972	87 907	87 849	87 801	87 759	87 735	87 720	87 719	87 721	87 730	87 739	
73	91 892	91 294	90 717	90 206	89 750	89 353	89 004	88 700	88 428	88 187	87 969	87 774	87 601	87 449	87 318	87 203	87 105	87 021	86 946	86 881	86 823	86 774	86 738	86 710	86 699	86 696	86 705	86 714	86 728	86 743	
74	90 373	89 754	89 206	88 722	88 293	87 923	87 599	87 318	87 068	86 846	86 647	86 470	86 316	86 183	86 069	85 970	85 884	85 810	85 743	85 686	85 638	85 603	85 582	85 569	85 571	85 578	85 595	85 611	85 631	85 653	
75	88 662	88 077	87 561	87 108	86 710	86 368	86 071	85 814	85 587	85 386	85 208	85 052	84 919	84 806	84 709	84 624	84 549	84 485	84 427	84 382	84 349	84 330	84 326	84 327	84 341	84 357	84 382	84 405	84 433	84 464	
76	86 804	86 257	85 777	85 358	84 993	84 681	84 412	84 181	83 978	83 800	83 646	83 513	83 402	83 308	83 227	83 156	83 092	83 039	82 994	82 966	82 951	82 950	82 961	82 976	83 000	83 025	83 058	83 090	83 128	83 169	
77	84 793	84 287	83 846	83 464	83 134	82 854	82 614	82 411	82 234	82 083	81 954	81 846	81 756	81 680	81 614	81 556	81 505	81 467	81 440	81 432	81 437	81 453	81 479	81 506	81 540	81 574	81 617	81 660	81 709	81 760	
78	82 623	82 162	81 763	81 420	81 126	80 880	80 671	80 498	80 350	80 228	80 125	80 041	79 972	79 913	79 862	79 819	79 785	79 767	79 761	79 774	79 798	79 830	79 870	79 908	79 953	79 999	80 054	80 108	80 168	80 228	
79	80 289	79 876	79 521	79 219	78 963	78 752	78 577	78 436	78 320	78 227	78 151	78 089	78 040	77 998	77 967	77 940	77 928	77 933	77 950	77 984	78 026	78 073	78 126	78 176	78 234	78 293	78 360	78 426	78 496	78 566	
80	77 787	77 424	77 115	76 856	76 640	76 466	76 328	76 221	76 137	76 073	76 022	75 982	75 953	75 930	75 918	75 917	75 930	75 960	76 000	76 053	76 112	76 173	76 240	76 304	76 376	76 449	76 528	76 606	76 687	76 768	
81	75 064	74 751	74 489	74 273	74 097	73 962	73 861	73 788	73 735	73 698	73 670	73 652	73 644	73 643	73 656	73 681	73 720	73 773	73 834	73 905	73 979	74 055	74 136	74 215	74 302	74 388	74 479	74 569	74 661	74 755	
82	72 108	71 845	71 629	71 456	71 322	71 226	71 161	71 120	71 096	71 098	71 104	71 084	71 079	71 084	71 099	71 124	71 164	71 215	71 279	71 353	71 432	71 519	71 609	71 700	71 797	71 891	71 992	72 090	72 194	72 296	72 401
83	68 908	68 694	68 524	68 395	68 302	68 243	68 212	68 202	68 205	68 217	68 236	68 266	68 307	68 360	68 426	68 502	68 587	68 680	68 776	68 879	68 985	69 092	69 204	69 313	69 427	69 538	69 654	69 770	69 889	70 012	
84	65 456	65 291	65 166	65 080	65 026	65 003	65 003	65 023	65 050	65 088	65 132	65 189	65 257	65 336	65 427	65 524	65 629	65 739	65 852	65 971	66 093	66 215	66 341	66 464	66 591	66 715	66 844	66 974	67 108	67 245	
85	61 749	61 631	61 550	61 505	61 488	61 498	61 527	61 573	61 627	61 691	61 762	61 845	61 939	62 041	62 153	62 269	62 392	62 519	62 648	62 783	62 920	63 056	63 195	63 331	63 471	63 608	63 751	63 894	64 042	64 191	
86	57 991	57 917	57 876	57 868	57 884	57 923	57 978	58 049	58 128	58 217	58 313	58 421	58 537	58 659	58 789	58 922	59 061	59 203	59 347	59 496	59 646	59 794	59 945	60 092	60 245	60 394	60 550	60 705	60 865	61 024	
87	54 195	54 162	54 157	54 181	54 225	54 290	54 368	54 463	54 566	54 678	54 798	54 927	55 061	55 200	55 345	55 493	55 646	55 804	55 958	56 119	56 279	56 438	56 600	56 758	56 922	57 082	57 250	57 415	57 584	57 751	
88	50 377	50 379	50 406	50 457	50 526	50 613	50 713	50 831	50 956	51 089	51 228	51 374	51 523	51 676	51 834	51 994	52 159	52 326	52 493	52 663	52 832	53 000	53 172	53 340	53 514	53 684	53 861	54 034	54 210	54 382	
89	46 554	46 586	46 639	46 714	46 804	46 911	47 032	47 170	47 314	47 461	47 619	47 778	47 939	48 103	48 271	48 442	48 616	48 792	48 966	49 143	49 320	49 496	49 676	49 853	50 035	50 213	50 396	50 574	50 754	50 928	
90	42 744	42 801	42 876	42 971	43 080	43 205	43 345	43 499	43 658	43 821	43 987	44 156	44 326	44 499	44 675	44 853	45 034	45 216	45 395	45 578	45 761	45 943	46 129	46 313	46 501	46 684	46 870	47 050	47 231	47 405	
91	38 968	39 045	39 139	39 251	39 376	39 518	39 672	39 838	40 008	40 179	40 353	40 526	40 705	40 884	41 066	41 248	41 433	41 618	41 801	41 987	42 175	42 361	42 552	42 739	42 930	43 115	43 301	43 480	43 660	43 833	
92	35 249	35 343	35 452	35 579	35 718	35 872	36 036	36 210	36 385	36 561	36 739	36 918	37 099	37 281	37 466	37 649	37 835	38 021	38 206	38 394	38 585	38 773	38 965	39 153	39 343	39 527	39 710	39 896	40 064	40 235	
93	31 613	31 721	31 842	31 981	32 130	32 291	32 461	32 638	32 824	33 012	33 202	33 394	33 578	33 764	33 950	34 137	34 326	34 517	34 710	34 905	35 101	35 293	35 491	35 694	35 902	36 115	36 333	36 556	36 784	37 017	
94	28 088	28 206	28 336	28 483	28 637	28 801	28 972	29 148	29 324	29 500	29 678	29 856	30 036	30 214	30 395	30 574	30 756	30 938	31 121	31 306	31 494	31 677	31 862	32 043	32 222	32 394	32 566	32 733	32 904	33 070	
95	24 701	24 826	24 961	25 111	25 265	25 428	25 596	25 768	25 940	26 112	26 286	26 458	26 633	26 805	26 980	27 154	27 331	27 509	27 687	27 8											

Génération	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989				
Age	Lx	Lx																																
0																																		
1																																		
2																																		
3																																		
4																																		
5																																		
6																																		
7																																		
8																															100 000			
9																														100 000	99 984			
10																													100 000	99 985	99 970			
11																													100 000	99 986	99 972	99 958		
12																													100 000	99 985	99 972	99 958	99 945	
13																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
14																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
15																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
16																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
17																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
18																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
19																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
20																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
21																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
22																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
23																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
24																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
25																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
26																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
27																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
28																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
29																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
30																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
31																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
32																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
33																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
34																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
35																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
36																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
37																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
38																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
39																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
40																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
41																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
42																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
43																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
44																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
45																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
46																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
47																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
48																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
49																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
50																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
51																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
52																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
53																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
54																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
55																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
56																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
57																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
58																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
59																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945
60																														100 000	99 985	99 972	99 958	99 945

Génération	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
Age	Lx																													
61	94 658	94 619	94 585	94 551	94 526	94 506	94 491	94 485	94 477	94 477	94 477	94 470	94 473	94 475	94 480	94 490	94 497	94 510	94 520	94 532	94 547	94 566	94 582	94 609	94 632	94 657	94 680	94 709	94 726	94 740
62	94 234	94 197	94 166	94 136	94 116	94 100	94 089	94 087	94 082	94 084	94 087	94 082	94 088	94 092	94 099	94 111	94 120	94 135	94 147	94 162	94 180	94 202	94 221	94 251	94 276	94 302	94 326	94 355	94 373	94 388
63	93 776	93 742	93 716	93 691	93 676	93 664	93 657	93 658	93 656	93 660	93 666	93 664	93 672	93 679	93 688	93 702	93 713	93 731	93 746	93 764	93 785	93 811	93 832	93 864	93 891	93 918	93 942	93 972	93 991	94 008
64	93 283	93 254	93 233	93 214	93 204	93 196	93 192	93 193	93 196	93 193	93 203	93 213	93 224	93 233	93 244	93 260	93 274	93 296	93 314	93 336	93 360	93 389	93 413	93 446	93 474	93 501	93 526	93 558	93 579	93 599
65	92 753	92 730	92 716	92 702	92 697	92 692	92 691	92 698	92 702	92 711	92 723	92 727	92 740	92 752	92 765	92 784	92 802	92 828	92 850	92 876	92 903	92 934	92 960	92 993	93 022	93 050	93 076	93 111	93 135	93 159
66	92 186	92 170	92 162	92 152	92 151	92 149	92 151	92 161	92 169	92 181	92 197	92 203	92 218	92 233	92 249	92 272	92 294	92 325	92 351	92 381	92 410	92 443	92 469	92 503	92 532	92 562	92 591	92 630	92 658	92 685
67	91 579	91 570	91 567	91 561	91 563	91 564	91 569	91 583	91 596	91 611	91 630	91 648	91 671	91 694	91 722	91 749	91 785	91 815	91 847	91 878	91 911	91 937	92 963	92 992	93 022	93 052	93 079	93 113	93 145	93 174
68	90 929	90 926	90 927	90 924	90 929	90 934	90 944	90 962	90 979	90 997	91 019	91 029	91 051	91 073	91 098	91 131	91 164	91 204	91 237	91 271	91 302	91 335	91 362	91 399	91 434	91 472	91 510	91 557	91 591	91 622
69	90 232	90 234	90 238	90 238	90 247	90 257	90 272	90 295	90 315	90 336	90 360	90 374	90 400	90 428	90 459	90 498	90 536	90 579	90 613	90 647	90 678	90 712	90 741	90 783	90 823	90 866	90 908	90 957	90 993	91 025
70	89 484	89 489	89 496	89 501	89 515	89 531	89 551	89 577	89 600	89 624	89 651	89 674	89 702	89 737	89 774	89 819	89 860	89 904	89 938	89 972	90 003	90 040	90 074	90 122	90 167	90 214	90 259	90 309	90 347	90 381
71	88 661	88 670	88 682	88 693	88 713	88 734	88 758	88 788	88 814	88 842	88 874	88 900	88 939	88 982	89 024	89 073	89 116	89 160	89 194	89 229	89 263	89 305	89 345	89 399	89 449	89 499	89 545	89 597	89 638	89 676
72	87 757	87 772	87 790	87 808	87 834	87 860	87 888	87 922	87 952	87 986	88 025	88 059	88 106	88 156	88 202	88 253	88 296	88 340	88 376	88 414	88 454	88 502	88 549	88 608	88 661	88 713	88 761	88 816	88 862	88 905
73	86 767	86 790	86 815	86 840	86 871	86 902	86 934	86 973	87 010	87 052	87 100	87 142	87 196	87 251	87 299	87 351	87 394	87 440	87 480	87 524	87 571	87 626	87 679	87 741	87 797	87 851	87 903	87 963	88 014	88 061
74	85 686	85 717	85 749	85 780	85 816	85 853	85 891	85 937	85 982	86 034	86 091	86 141	86 200	86 258	86 307	86 360	86 405	86 455	86 502	86 553	86 608	86 669	86 727	86 791	86 850	86 908	86 965	87 031	87 086	87 135
75	84 506	84 545	84 584	84 621	84 663	84 707	84 753	84 809	84 864	84 926	84 991	85 047	85 109	85 169	85 219	85 274	85 324	85 381	85 437	85 496	85 557	85 623	85 685	85 752	85 815	85 879	85 942	86 012	86 070	86 119
76	83 220	83 267	83 313	83 356	83 406	83 459	83 515	83 583	83 649	83 719	83 791	83 851	83 915	83 974	84 029	84 089	84 147	84 213	84 278	84 344	84 410	84 480	84 546	84 618	84 687	84 757	84 825	84 897	84 956	85 005
77	81 819	81 874	81 928	81 980	82 040	82 104	82 172	82 252	82 327	82 404	82 484	82 543	82 610	82 674	82 733	82 801	82 868	82 943	83 017	83 089	83 159	83 234	83 305	83 383	83 459	83 534	83 605	83 678	83 737	83 787
78	80 296	80 360	80 423	80 486	80 559	80 636	80 716	80 807	80 889	80 971	81 052	81 116	81 187	81 257	81 325	81 403	81 480	81 564	81 645	81 722	81 797	81 878	81 956	82 040	82 122	82 200	82 272	82 346	82 406	82 461
79	78 644	78 719	78 794	78 870	78 957	79 047	79 138	79 238	79 326	79 412	79 496	79 564	79 642	79 721	79 800	79 889	79 975	80 066	80 153	80 236	80 318	80 406	80 491	80 580	80 666	80 745	80 818	80 895	80 959	81 022
80	76 858	76 946	77 035	77 126	77 227	77 329	77 429	77 535	77 628	77 718	77 807	77 867	77 970	78 061	78 151	78 250	78 344	78 442	78 535	78 625	78 715	78 810	78 901	78 994	79 082	79 162	79 238	79 320	79 392	79 466
81	74 859	74 961	75 065	75 171	75 284	75 396	75 503	75 614	75 711	75 807	75 904	75 990	76 088	76 191	76 291	76 399	76 500	76 605	76 705	76 803	76 900	77 001	77 096	77 192	77 282	77 365	77 446	77 527	77 619	77 704
82	72 628	72 745	72 863	72 982	73 105	73 224	73 337	73 453	73 566	73 667	73 767	73 865	73 975	74 088	74 197	74 313	74 421	74 533	74 641	74 746	74 850	74 955	75 053	75 151	75 244	75 333	75 423	75 524	75 617	75 711
83	70 146	70 277	70 407	70 536	70 667	70 792	70 911	71 033	71 145	71 259	71 377	71 487	71 608	71 729	71 846	71 969	72 084	72 204	72 320	72 431	72 540	72 648	72 749	72 850	72 949	73 047	73 147	73 257	73 359	73 460
84	67 392	67 535	67 675	67 813	67 950	68 082	68 207	68 337	68 459	68 584	68 713	68 834	68 963	69 092	69 216	69 346	69 469	69 596	69 718	69 834	69 947	70 057	70 162	70 269	70 376	70 484	70 593	70 711	70 819	70 924
85	64 349	64 502	64 650	64 795	64 939	65 078	65 211	65 350	65 482	65 617	65 756	65 885	66 021	66 157	66 287	66 424	66 555	66 687	66 814	66 934	67 050	67 165	67 275	67 390	67 505	67 621	67 737	67 860	67 972	68 081
86	61 191	61 351	61 505	61 656	61 806	61 952	62 094	62 242	62 383	62 527	62 674	62 809	62 951	63 093	63 230	63 373	63 509	63 645	63 775	63 898	64 018	64 138	64 255	64 378	64 500	64 623	64 744	64 870	64 985	65 096
87	57 924	58 089	58 248	58 404	58 560	58 713	58 864	59 020	59 169	59 320	59 472	59 613	59 760	59 908	60 050	60 198	60 337	60 475	60 607	60 733	60 857	60 984	61 108	61 238	61 366	61 493	61 617	61 744	61 861	61 973
88	54 558	54 727	54 889	55 050	55 212	55 373	55 531	55 694	55 848	56 004	56 160	56 305	56 457	56 610	56 755	56 906	57 046	57 185	57 319	57 448	57 578	57 711	57 842	57 977	58 108	58 237	58 362	58 490	58 608	58 721
89	51 106	51 277	51 443	51 609	51 776	51 943	52 107	52 274	52 431	52 590	52 749	52 898	53 054	53 209	53 356	53 507	53 647	53 786	53 923	54 057	54 192	54 331	54 466	54 603	54 736	54 865	54 990	55 117	55 236	55 350
90	47 584	47 757	47 926	48 097	48 268	48 439	48 606	48 774	48 933	49 094	49 255	49 407	49 564	49 719	49 865	50 015	50 155	50 295	50 436	50 574	50 714	50 855	50 992	51 129	51 261	51 389	51 513	51 640	51 759	51 874
91	44 012	44 187	44 359	44 532	44 706	44 878	45 045	45 213	45 372	45 534	45 692	45 849	46 004	46 157	46 301	46 449	46 589	46 731	46 876	47 017	47 159	47 300	47 436	47 571	47 701	47 827	47 950	48 074	48 194	48 310
92	40 414	40 590	40 763	40 936	41 110	41 280	41 445	41 612	41 771	41 934	42 092	42 243	42 394	42 543	42 685	42 832	42 973	43 116	43 263	43 404	43 545	43 684	43 817	43 949	44 076	44 199	44 321	44 445	44 562	44 678
93	36 816	36 991	37 162	37 333	37 503	37 670	37 832	37 996	38 153	38 311	38 467	38 613	38 759	38 904	39 043	39 189	39 331	39 474	39 620	39 759	39 896	40 031	40 159	40 287	40 410	40 530	40 650	40 772	40 887	41 002
94	33 245	33 416	33 583	33 749	33 913	34 075	34 233	34 393	34 546	34 698	34 847	34 997	35 127	35 266	35 405	35 550	35 690	35 831	35 973	36 107	36 238	36 367	36 490	36 613	36 732	36 849	36 965	37 083	37 197	37 309
95	29 730	29 895	30 055	30 214	30 371	30 527	30 679	30 832	30 978	31 122	31 263	31 396	31 531	31 668	31 802	31 944														

Génération	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	
Age	Lx																			
0							100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
1						100 000	99 761	99 744	99 752	99 774	99 761	99 767	99 739	99 796	99 790	99 790	99 789	99 778	99 747	
2					100 000	99 925	99 679	99 665	99 682	99 702	99 690	99 688	99 678	99 732	99 726	99 725	99 720	99 698	99 660	
3				100 000	99 976	99 899	99 654	99 654	99 680	99 681	99 666	99 670	99 659	99 713	99 706	99 703	99 695	99 671	99 635	
4			100 000	99 978	99 952	99 876	99 634	99 623	99 640	99 659	99 649	99 652	99 642	99 695	99 687	99 681	99 671	99 649	99 616	
5		100 000	99 980	99 956	99 931	99 858	99 616	99 605	99 620	99 644	99 633	99 636	99 626	99 678	99 668	99 660	99 652	99 632	99 601	
6	100 000	99 981	99 961	99 937	99 914	99 842	99 600	99 587	99 600	99 629	99 619	99 621	99 611	99 661	99 650	99 643	99 637	99 619	99 589	
7	99 983	99 963	99 944	99 922	99 899	99 827	99 583	99 574	99 593	99 616	99 606	99 607	99 596	99 646	99 635	99 630	99 625	99 608	99 578	
8	99 967	99 948	99 930	99 908	99 885	99 812	99 571	99 562	99 581	99 604	99 594	99 594	99 583	99 633	99 623	99 619	99 615	99 598	99 568	
9	99 953	99 935	99 918	99 895	99 871	99 801	99 560	99 551	99 570	99 593	99 583	99 582	99 572	99 622	99 613	99 609	99 606	99 589	99 559	
10	99 942	99 924	99 907	99 882	99 861	99 791	99 550	99 541	99 560	99 583	99 573	99 572	99 562	99 613	99 604	99 600	99 598	99 581	99 551	
11	99 930	99 911	99 893	99 871	99 850	99 780	99 539	99 530	99 549	99 572	99 562	99 562	99 552	99 603	99 595	99 591	99 589	99 572	99 542	
12	99 916	99 896	99 881	99 859	99 838	99 768	99 527	99 518	99 537	99 560	99 551	99 551	99 541	99 593	99 585	99 581	99 579	99 562	99 532	
13	99 900	99 883	99 868	99 846	99 825	99 755	99 514	99 505	99 524	99 547	99 539	99 539	99 530	99 582	99 574	99 570	99 566	99 551	99 521	
14	99 886	99 868	99 853	99 831	99 810	99 740	99 499	99 491	99 510	99 534	99 526	99 526	99 518	99 570	99 562	99 558	99 558	99 539	99 509	
15	99 870	99 852	99 837	99 815	99 794	99 724	99 483	99 476	99 495	99 520	99 512	99 514	99 505	99 557	99 549	99 545	99 543	99 526	99 496	
16	99 852	99 834	99 819	99 797	99 776	99 707	99 466	99 460	99 480	99 505	99 497	99 499	99 491	99 543	99 535	99 531	99 529	99 512	99 482	
17	99 833	99 815	99 800	99 778	99 757	99 689	99 449	99 443	99 463	99 489	99 481	99 483	99 475	99 527	99 520	99 516	99 513	99 497	99 467	
18	99 812	99 794	99 779	99 757	99 737	99 670	99 430	99 425	99 445	99 471	99 464	99 466	99 458	99 510	99 503	99 499	99 496	99 481	99 451	
19	99 789	99 771	99 756	99 735	99 716	99 650	99 410	99 405	99 426	99 452	99 445	99 448	99 440	99 492	99 485	99 481	99 478	99 464	99 434	
20	99 763	99 746	99 732	99 712	99 694	99 628	99 389	99 384	99 405	99 432	99 425	99 425	99 428	99 472	99 465	99 462	99 459	99 446	99 416	
21	99 736	99 720	99 708	99 688	99 671	99 605	99 367	99 362	99 383	99 410	99 404	99 407	99 399	99 451	99 445	99 442	99 439	99 427	99 397	
22	99 708	99 694	99 683	99 664	99 647	99 582	99 343	99 338	99 359	99 387	99 382	99 385	99 377	99 430	99 424	99 421	99 417	99 406	99 378	
23	99 681	99 668	99 658	99 639	99 622	99 557	99 316	99 312	99 335	99 364	99 359	99 359	99 355	99 408	99 401	99 397	99 394	99 385	99 358	
24	99 654	99 641	99 632	99 613	99 595	99 528	99 287	99 286	99 310	99 340	99 335	99 339	99 332	99 383	99 375	99 372	99 372	99 364	99 338	
25	99 626	99 614	99 605	99 584	99 563	99 496	99 259	99 260	99 285	99 315	99 310	99 314	99 305	99 354	99 348	99 348	99 350	99 343	99 317	
26	99 597	99 585	99 574	99 549	99 528	99 466	99 232	99 233	99 259	99 289	99 284	99 285	99 273	99 324	99 323	99 325	99 327	99 321	99 295	
27	99 567	99 552	99 536	99 511	99 496	99 437	99 204	99 205	99 232	99 261	99 253	99 249	99 240	99 297	99 298	99 301	99 303	99 297	99 270	
28	99 532	99 510	99 494	99 477	99 466	99 408	99 175	99 176	99 203	99 227	99 213	99 213	99 211	99 271	99 273	99 276	99 278	99 270	99 236	
29	99 486	99 464	99 457	99 445	99 435	99 378	99 145	99 145	99 166	99 183	99 174	99 182	99 184	99 244	99 247	99 249	99 249	99 233	99 194	
30	99 436	99 425	99 423	99 413	99 403	99 346	99 112	99 105	99 117	99 140	99 141	99 153	99 156	99 216	99 219	99 218	99 209	99 187	99 157	
31	99 393	99 388	99 387	99 378	99 368	99 309	99 069	99 053	99 071	99 104	99 109	99 122	99 125	99 185	99 185	99 174	99 159	99 146	99 125	
32	99 352	99 348	99 348	99 339	99 327	99 262	99 013	99 003	99 031	99 068	99 074	99 087	99 090	99 147	99 138	99 121	99 114	99 110	99 092	
33	99 308	99 304	99 305	99 294	99 276	99 202	98 959	98 959	98 991	99 029	99 035	99 048	99 048	99 096	99 081	99 072	99 074	99 073	99 056	
34	99 260	99 256	99 255	99 238	99 212	99 143	98 914	98 914	98 947	98 985	98 991	99 001	98 992	99 035	99 028	99 027	99 032	99 032	99 016	
35	99 206	99 201	99 194	99 170	99 148	99 088	98 860	98 865	98 898	98 936	98 939	98 941	98 927	98 977	98 978	98 980	98 986	98 986	98 969	
36	99 145	99 134	99 121	99 101	99 088	99 032	98 805	98 810	98 843	98 878	98 873	98 871	98 864	98 921	98 925	98 928	98 935	98 934	98 913	
37	99 073	99 056	99 047	99 034	99 025	98 970	98 744	98 748	98 779	98 807	98 798	98 802	98 802	98 862	98 867	98 870	98 876	98 871	98 843	
38	98 989	98 976	98 973	98 964	98 956	98 901	98 675	98 677	98 702	98 727	98 723	98 733	98 735	98 797	98 802	98 804	98 807	98 796	98 767	
39	98 902	98 894	98 895	98 887	98 879	98 824	98 596	98 593	98 616	98 645	98 646	98 658	98 661	98 724	98 728	98 727	98 726	98 714	98 690	
40	98 812	98 806	98 809	98 801	98 793	98 736	98 505	98 501	98 527	98 559	98 562	98 575	98 579	98 641	98 643	98 639	98 638	98 629	98 608	
41	98 718	98 713	98 716	98 708	98 698	98 638	98 407	98 405	98 434	98 469	98 473	98 486	98 489	98 549	98 549	98 545	98 547	98 541	98 521	
42	98 617	98 613	98 616	98 606	98 593	98 532	98 304	98 305	98 337	98 373	98 377	98 390	98 391	98 448	98 448	98 447	98 452	98 448	98 428	
43	98 509	98 505	98 506	98 494	98 480	98 421	98 197	98 200	98 233	98 269	98 273	98 284	98 283	98 340	98 343	98 345	98 351	98 348	98 328	
44	98 392	98 387	98 386	98 373	98 361	98 305	98 084	98 088	98 121	98 157	98 160	98 169	98 168	98 227	98 233	98 236	98 243	98 240	98 219	
45	98 265	98 258	98 256	98 246	98 236	98 183	97 963	97 968	98 000	98 035	98 036	98 046	98 047	98 109	98 116	98 119	98 126	98 123	98 100	
46	98 127	98 119	98 119	98 112	98 104	98 052	97 833	97 838	97 869	97 903	97 904	97 916	97 920	97 983	97 990	97 993	98 000	97 995	97 972	
47	97 979	97 972	97 975	97 970	97 963	97 912	97 693	97 698	97 728	97 762	97 765	97 779	97 784	97 847	97 854	97 857	97 863	97 858	97 836	
48	97 822	97 817	97 821	97 818	97 812	97 761	97 542	97 547	97 577	97 613	97 617	97 632	97 638	97 701	97 708	97 710	97 716	97 712	97 692	
49	97 655	97 652	97 657	97 655	97 649	97 599	97 380	97 386	97 417	97 454	97 459	97 474	97 481	97 544	97 551	97 553	97 560	97 558	97 539	
50	97 477	97 475	97 481	97 480	97 475	97 425	97 208	97 214	97 246	97 284	97 289	97 305	97 312	97 376	97 383	97 386	97 395	97 394	97 376	
51	97 289	97 289	97 296	97 295	97 291	97 242	97 026	97 033	97 066	97 104	97 110	97 126	97 134	97 199	97 207	97 211	97 221	97 221	97 204	
52	97 092	97 093	97 101	97 100	97 097	97 049	96 835	96 842	96 876	96 914	96 921	96 938	96 947	97 013	97 022	97 027	97 038	97 039	97 023	
53	96 884	96 886	96 895	96 895	96 893	96 846	96 633	96 641	96 675	96 714	96 722	96 740	96 750	96 817	96 828	96 834	96 846	96 847	96 832	
54	96 665	96 668	96 678	96 679	96 678	96 632	96 420	96 429	96 463	96 503	96 513	96 532	96 543	96 612	96 624	96 631				

© Laurent GUERIN – décembre 2008